

# FYZIKA PRO I. ROČNÍK GYMNÁZIA

## 7. MECHANIKA KAPALIN A PLYNŮ

**Mgr. Monika Bouchalová**

Gymnázium, Havířov-Město, Komenského 2, p.o.

- 7.1. vlastnosti kapalin a plynů
- 7.2. tlak v kapalinách a plynech
- 7.3. tlak v kapalinách vyvolaný vnější silou
- 7.4. tlak v kapalinách vyvolaný tíhovou silou
- 7.5. tlak vzduchu vyvolaný tíhovou silou
- 7.6. vztlaková síla
- 7.7. proudění kapalin a plynů
- 7.8. Bernoulliho rovnice
- 7.9. proudění reálné kapaliny
- 7.10. obtékání těles reálnou kapalinou

## hydro(aero)statika

- studuje podmínky rovnováhy kapalin (plynů)



## hydro(aero)dynamika

- zkoumá zákonitosti pohybu kapalin (plynů)



# 7.1. VLASTNOSTI KAPALIN A PLYNŮ (TEKUTIN)

1. nemají stálý tvar
2. jsou tekuté – příčinou je snadná vzájemná pohyblivost částic (příčinou různé tekutosti je vnitřní tření – viskozita tekutin)

## **kapaliny**

- málo stlačitelné – mají stálý objem
- v klidu vytvářejí v tíhovém poli Země vodorovný povrch

## **plyny**

- snadno stlačitelné – nemají stálý objem
- tvar určen nádobou, nevytvářejí volný povrch

**ideální tekutina je** dokonale tekutá, bez vnitřního tření

- **kapalina** je nestlačitelná
- **plyn** je dokonale stlačitelný

**kontinuum** – spojité prostředí – zanedbáváme částicovou strukturu

## 7.2. TLAK V KAPALINÁCH A PLYNECH

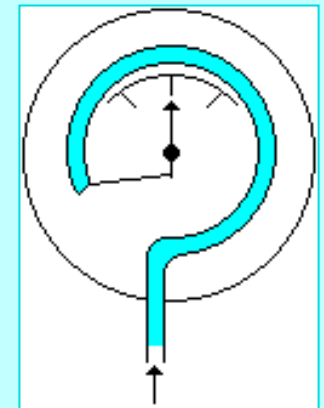
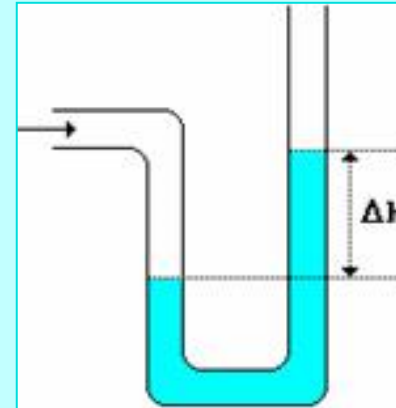
charakterizuje stav tekutin v klidu

- $[p] = \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = \text{Pa}$
- $F$  – velikost tlakové síly působící kolmo na plochu o obsahu  $S$
- 1 Pa je tlak, který vyvolá síla 1 N rovnoměrně rozložená na ploše o obsahu  $1 \text{ m}^2$  působící kolmo na tuto plochu

$$p = \frac{F}{S}$$

tlak měříme manometry

- otevřený kapalinový manometr
- rozdíl hladin určuje tlak



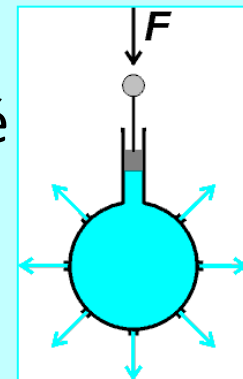
tlak může být vyvolán

- vnější silou působením pevného tělesa
- tíhovou silou Země
- $1 \text{ at} = 10^5 \text{ Pa}$
- $1 \text{ hPa} = 10^2 \text{ Pa}$  (v meteorologii)

# 7.3. TLAK V KAPALINÁCH VYVOLANÝ VNĚJŠÍ SILOU

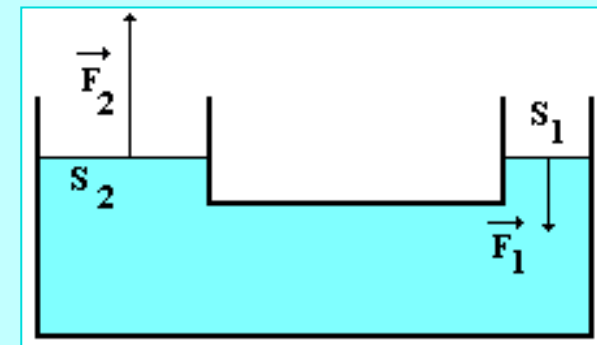
## Pascalův zákon

tlak vyvolaný vnější silou působící na kapalně těleso v uzavřené nádobě, je ve všech místech kapaliny stejný. (Platí i pro plyny.)



## Hydraulické zařízení

dvě válcové nádoby u dna spojené trubicí naplněné kapalinou, uzavřené pohyblivými písty



- **hydraulická** (hydraulický lis, hever)
- **pneumatická** (otvírání dveří, buchary, kladiva, brzdy vlaků)

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

princip – velikosti sil působících na písty jsou ve stejném poměru jako obsahy jejich ploch

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

# 7.4. TLAK V KAPALINÁCH VYVOLANÝ TÍHOVOU SILOU

## hydrostatická tlaková síla

síla vyvolaná působením tíhového pole Země  
velikost  $F_h$  je dána tíhou kapaliny

$$F_h = G$$

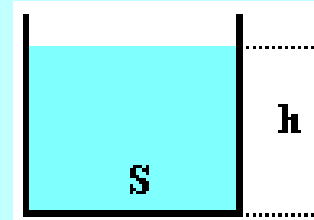
$$F_h = mg$$

$$F_h = V\rho g$$

$$F_h = Sh\rho g$$

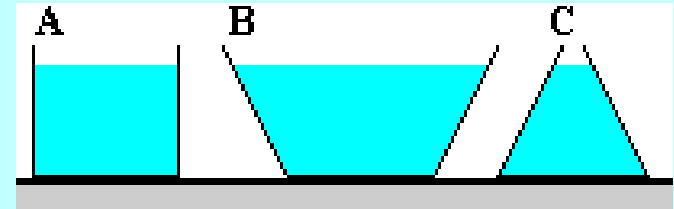
## hydrostatické paradoxon:

tlaková síla nezávisí na tvaru nádoby,  
závisí na  $S$ ,  $h$ ,  $\rho$ .



## hydrostatický tlak

v hloubce  $h$  pod volným povrchem kapaliny o hustotě  $\rho$



$$p_h = \frac{F_h}{S} = \frac{Sh\rho g}{S} = h\rho g$$

# 7.4. TLAK V KAPALINÁCH VYVOLANÝ TÍHOVOU SILOU

## hladiny

- místa se stejným tlakem

## volná hladina

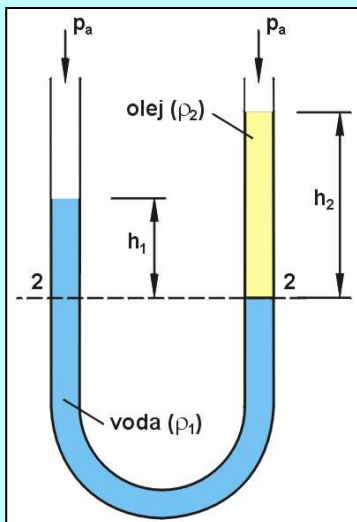
- hladina, kde je  $p_h = 0$

## spojené nádoby

- volná hladina ve stejné výšce



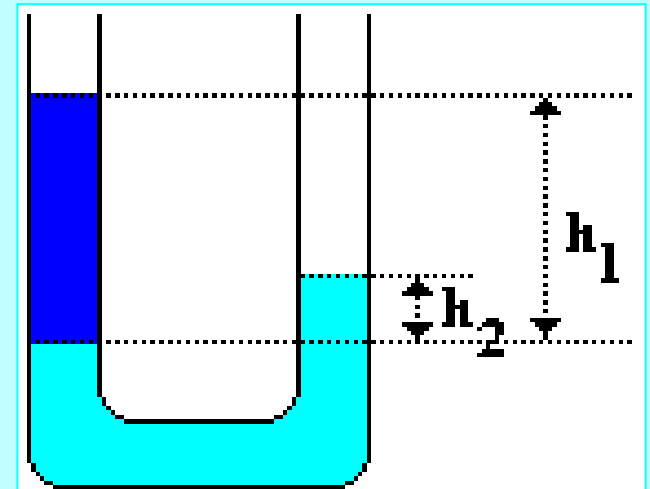
dvě nemísící se kapaliny jsou v rovnováze  
je-li u společného rozhraní



$$p_1 = p_2$$

$$h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$$





# 7.5. TLAK VZDUCHU VYVOLANÝ TÍHOVOU SILOU

## atmosféra

- vrstva vzduchu obklopující Zemi a konající s ní otáčivý pohyb

## atmosférická tlaková síla $F_a$

- je důsledkem tíhového působení Země na atmosféru

## atmosférický tlak

- tlak vyvolaný atmosférickou tlakovou silou

s nadmořskou výškou se mění hustota vzduchu nelze  $p_a = h\rho g$

s  $\uparrow h \rightarrow \downarrow p_a$

(na 100 m  $\uparrow$  – 1,3 kPa  $\downarrow$  = využití – měření výšky hor)

normální atmosférický tlak –  $p_a = 1013,25 \text{ hPa} = 10^5 \text{ Pa}$

mění se během dne, se změnou počasí...

# 7.5. TLAK VZDUCHU VYVOLANÝ TÍHOVOU SILOU

## Torricelliho pokus (1643)

sloupec rtuti udržuje atmosférická tlaková síla, která působí na rtuť v nádobce

( $h = 0,75 \text{ m}$ )

$\rho_{\text{rtuti}} = 13\,600 \text{ kg.m}^3$

$$p_a = p_h = h\rho g$$

tlak měříme tlakoměry – barometry

rtuťový,

kovový – aneroid,

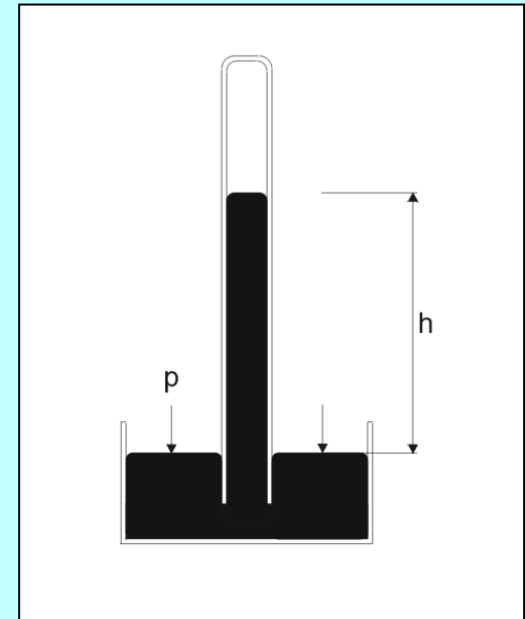
barograf – umožňuje plynulou registraci  $p_a$

jiné jednotky tlaku

bary – milibary  $1 \text{ mb} = 1 \text{ hPa}$

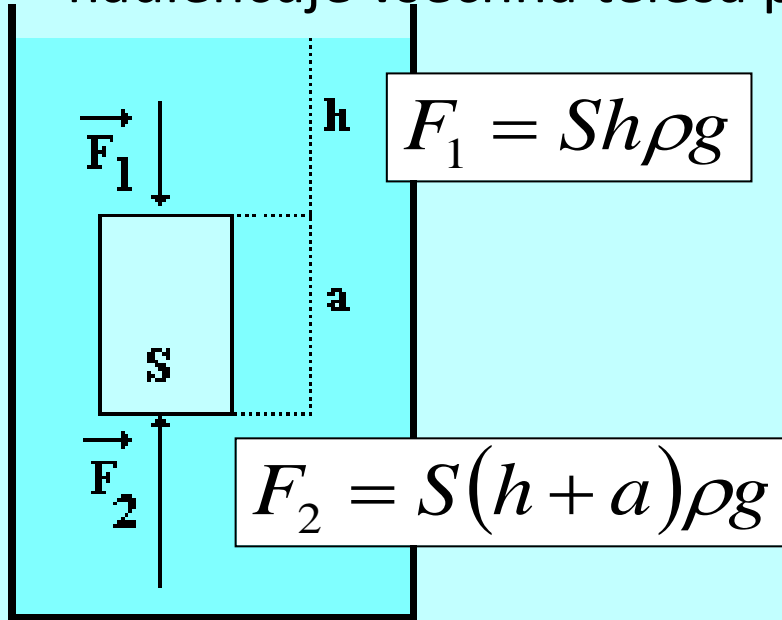
torry

$$760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ torr} = 1013,25 \text{ hPa}$$



# 7.6. VZTLAKOVÁ SÍLA

- nadlehčuje všechna tělesa ponořená do kapaliny.

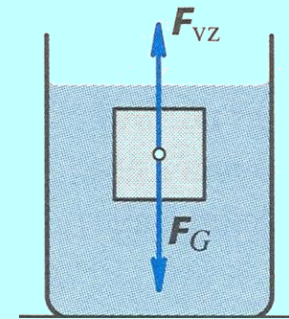


$$F_{VZ} = F_2 - F_1$$

$$F_{VZ} = S(h+a)\rho g - Sh\rho g$$

$$F_{VZ} = Sa\rho g$$

$$F_{VZ} = V\rho g$$



- je přímo úměrná hustotě kapaliny a objemu ponořeného tělesa
  - má opačný směr než tíhová síla
- Tíha kapaliny

$$G = F_{VZ} = mg = V\rho g$$

**Archimédův zákon** (300 př.n.l.)  
těleso ponořené do kapaliny  
je nadlehčováno vztlakovou silou,  
jejíž velikost se rovná  
tíze kapaliny tělesem vytlačené

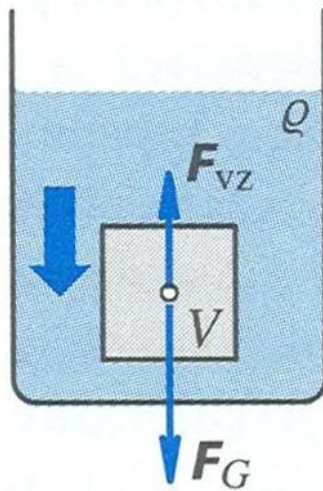
# 7.6. VZTLAKOVÁ SÍLA

o plování těles rozhoduje výslednice sil

$$F_G = V\rho_T g$$

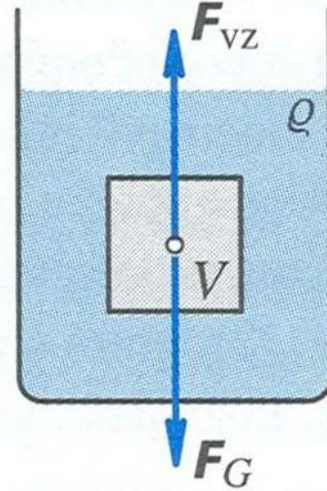
$$F_{VZ} = V\rho_K g$$

$$F = |F_G - F_{VZ}|$$



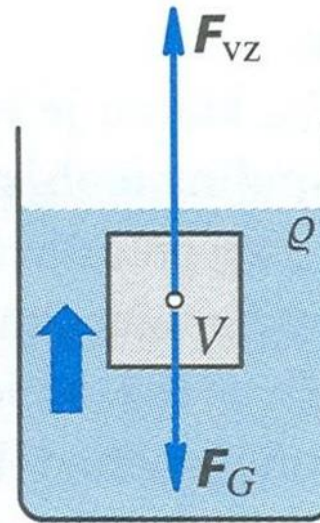
$$F_G > F_{VZ}$$

těleso klesá



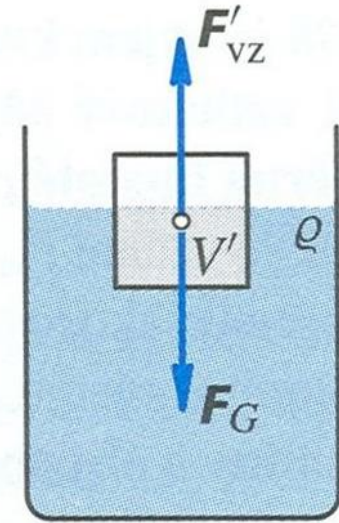
$$F_G = F_{VZ}$$

těleso se vznáší



$$F_G < F_{VZ}$$

těleso stoupá



$$F_G = F'_{VZ}$$

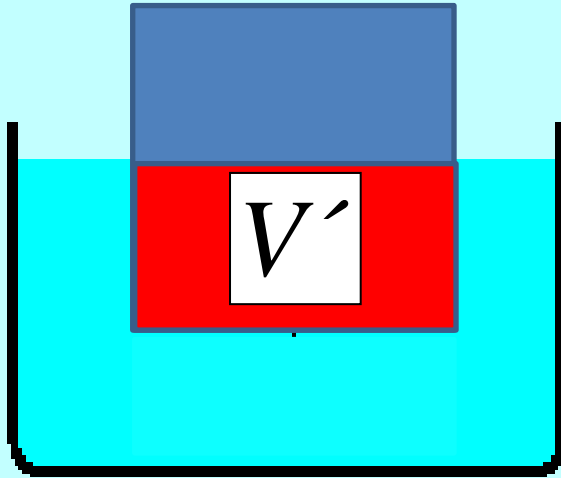
těleso plove

# 7.6. VZTLAKOVÁ SÍLA

1607 Galileo Galilei sestrojil teploměr na principu tepelné roztažnosti



## 7.6. VZTLAKOVÁ SÍLA



$V'$  – objem ponořené části tělesa

$$F'_{vz} = V' \rho_K g$$

$$F_G = V \rho_T g$$

Plave-li těleso na hladině

$$F'_{vz} = F_G$$

$$V' \rho_K = V \rho_T$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_T}{\rho_K}$$

**Využití:** hustoměry

založeny na různé hloubce ponoření v závislosti na hustotě kapaliny.

Platí i pro vznášení těles v plynech.

(hustota vzduchu je menší → vztlaková síla je také menší.)

Balónky, vzducholodě...)

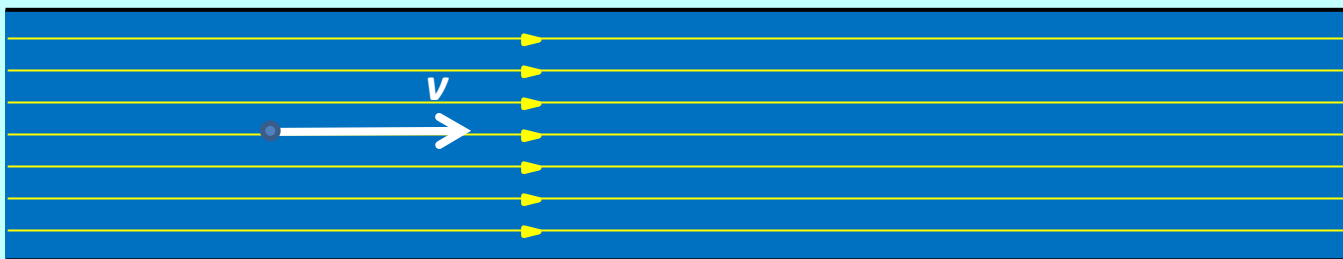
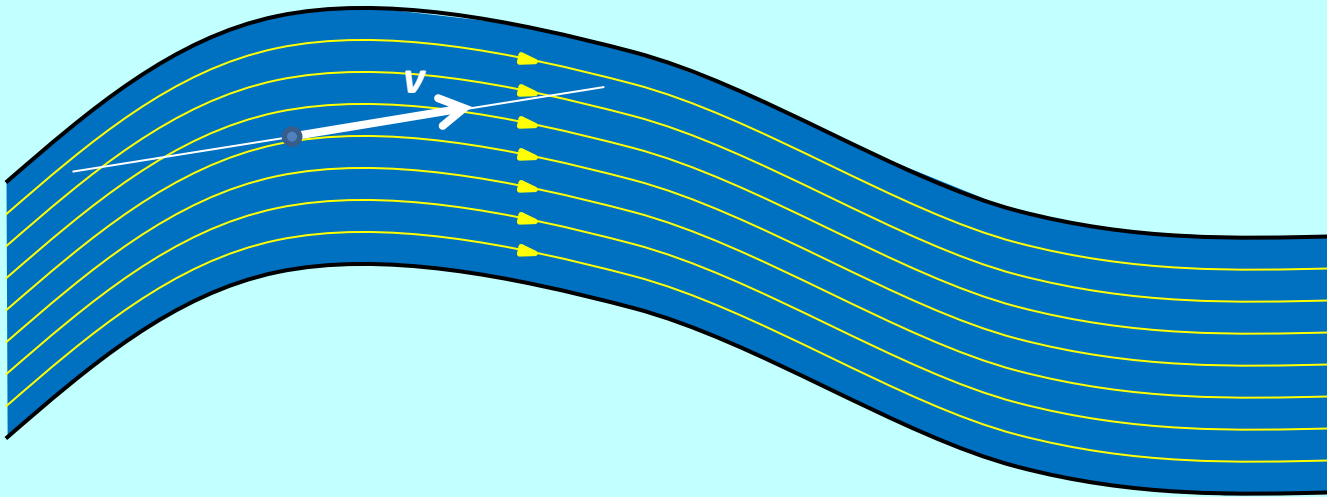
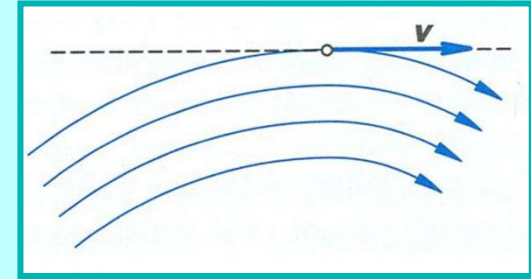
# 7.7. PROUDĚNÍ KAPALIN A PLYNŮ

## **proudnice**

myšlená čára, jejíž tečna v libovolném bodě má směr rychlosti pohybující se částice, neprotínají se

**proudění** – pohyb částic v jednom směru

**stacionární proudění** – ustálené – každá částice se pohybuje konstantní rychlostí



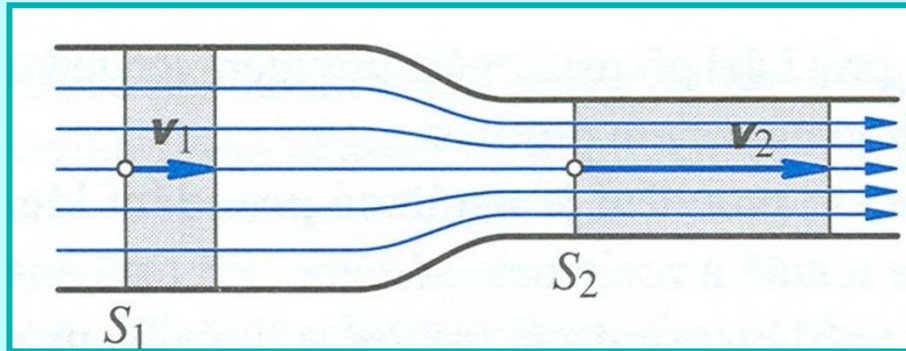
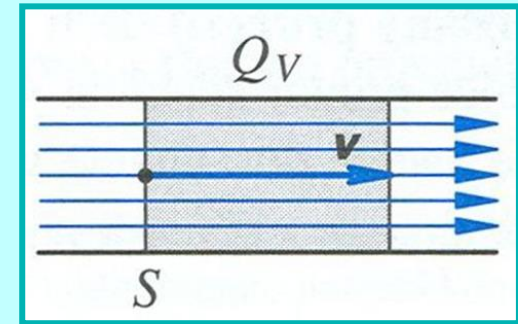
# 7.7. PROUDĚNÍ KAPALIN A PLYNŮ

**objemový průtok**

$$[Q] = \text{m}^3\text{s}^{-1}$$

$$Q_V = \frac{V}{t}$$

$$Q_V = \frac{S \cdot s}{t} = Sv$$



$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$S_1 > S_2$$

$$v_1 < v_2$$

V širší trubici proudí kapalina pomaleji.

**Rovnice kontinuity – spojitosti toku**

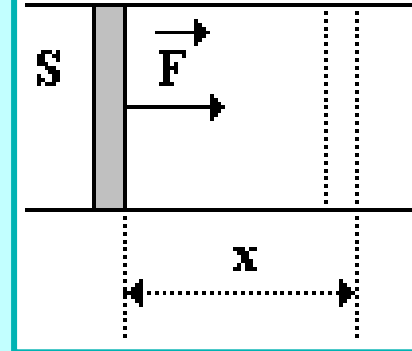
při ustáleném proudění ideální kapaliny je součin obsahu průřezu a rychlosti proudu v každém místě trubice stejný.

$$Sv = \textit{konst.}$$



# 7.8. BERNOULLIHO ROVNICE

Tlaková síla posune píst o obsahu  $S$  do vzdálenosti  $x$ .



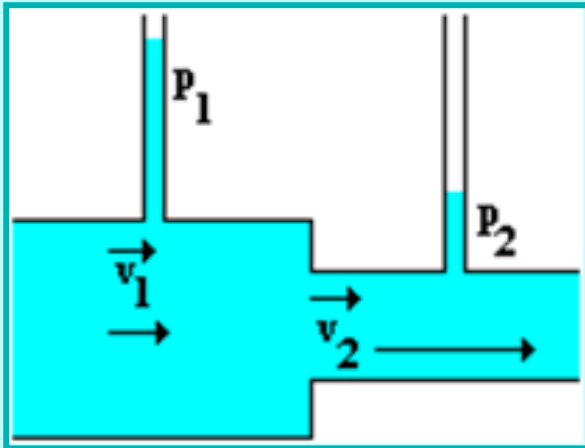
Práce vykonaná tlakovou silou

$$W = F \cdot x$$

$$W = p \cdot S \cdot x$$

pro dva různé průřezy

$$W = p \cdot V = E_p$$



$$v_1 < v_2$$

$$p_1 > p_2$$

$$E_{k1} < E_{k2}$$

$$E_{p1} > E_{p2}$$

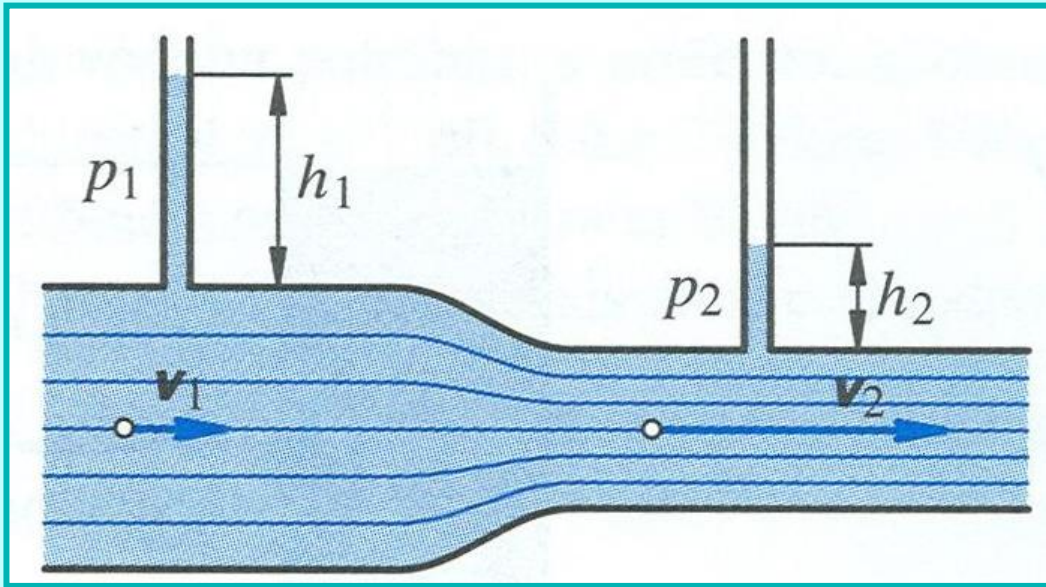
Platí ZZME: potenciální energie se mění na kinetickou energii.

NE tíhová potenciální – osa trubice je ve stejné výšce.

NE pot. energie pružnosti – ideální kapalina je nestlačitelná.

Změna energie souvisí s tlakem  $\rightarrow$  tlaková potenciální energie  $E_p$ .

## 7.8. BERNOULLIHO ROVNICE



$$E_k + E_p = \textit{konst.}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + pV = \textit{konst.}$$

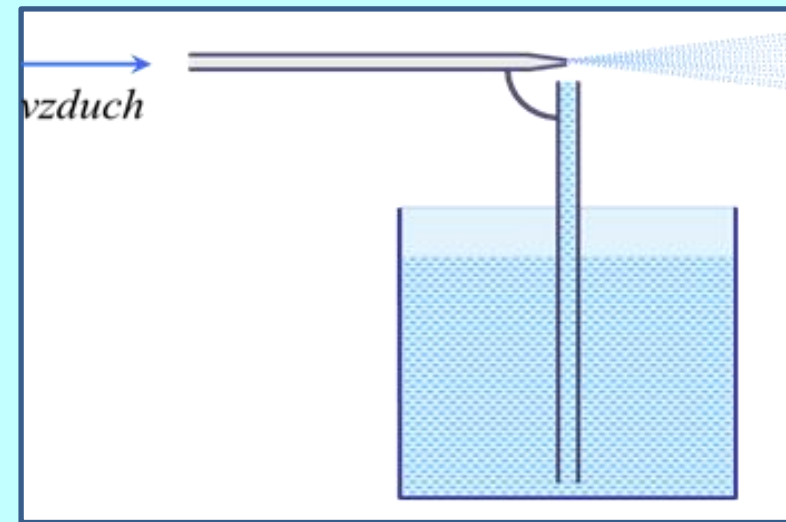
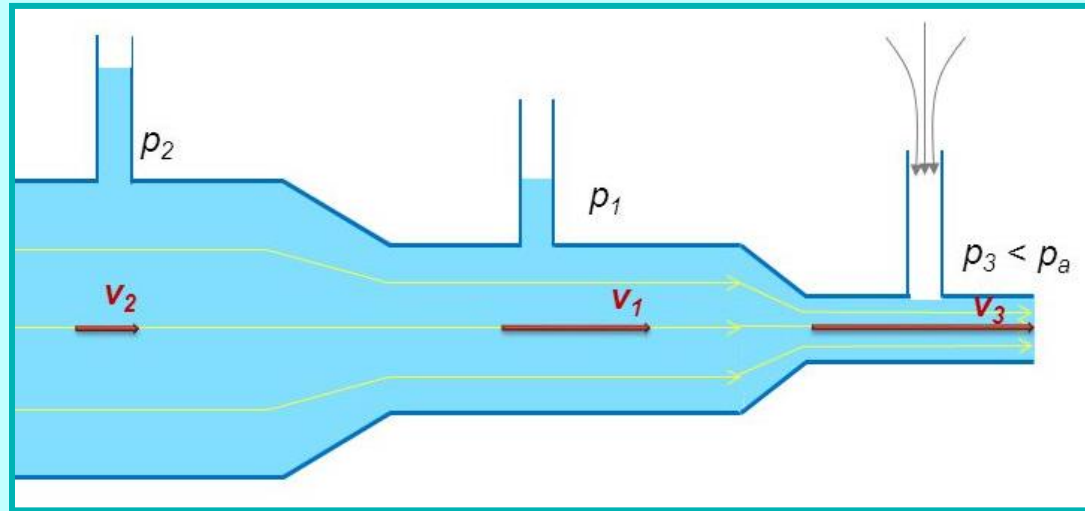
$$\frac{1}{2}\rho Vv^2 + pV = \textit{konst.}$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \textit{konst.}$$

Součet  $E_k$  a  $E_p$  energie kapaliny o jednotkovém objemu je ve všech částech vodorovné trubice stejný.

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

# 7.8. BERNOULLIHO ROVNICE



**podtlak** – vzniká v zúženém místě trubice při vysoké rychlosti proudící kapaliny, kdy tlak poklesne pod hladinu atmosférického tlaku (do trubice se nasává vzduch)  
(vývěvy, rozprašovače, stříkací pistole, karburátory spalovacích motorů)

**hydro(aero)dynamické paradoxon** – poznatek o snížení tlaku v zúžené části trubice při vysoké rychlosti proudící kapaliny (plynu)

# 7.8. BERNOULLIHO ROVNICE

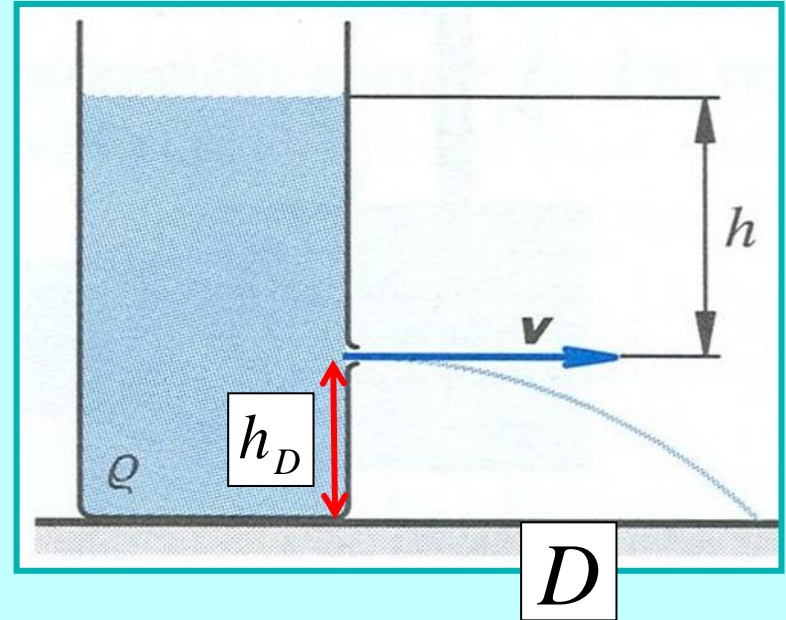
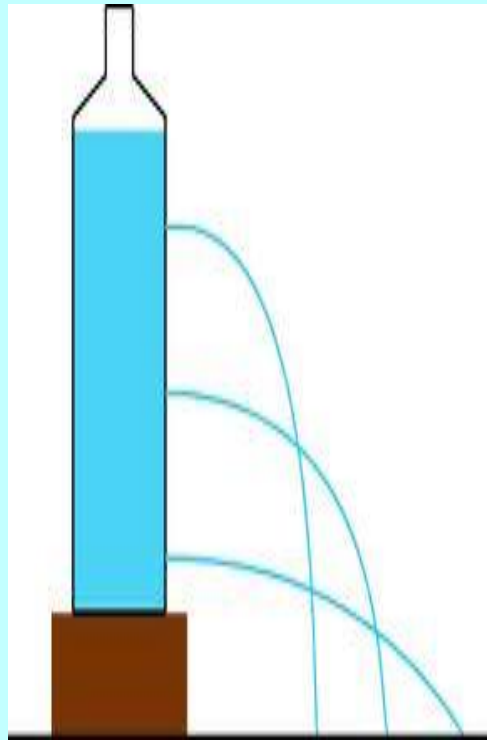
kapalina vytékající otvorem v nádobě

tlaková potenciální energie  
se mění v kinetickou:

$$E_k = E_p$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = pV$$

$$\frac{1}{2}\rho Vv^2 = pV$$
$$\frac{1}{2}\rho v^2 = h\rho g$$

$$v = \sqrt{2hg}$$



vzdálenost dopadu  
z vodorovného vrhu:

$$h_D = \frac{1}{2}gt^2$$

$$D = vt$$

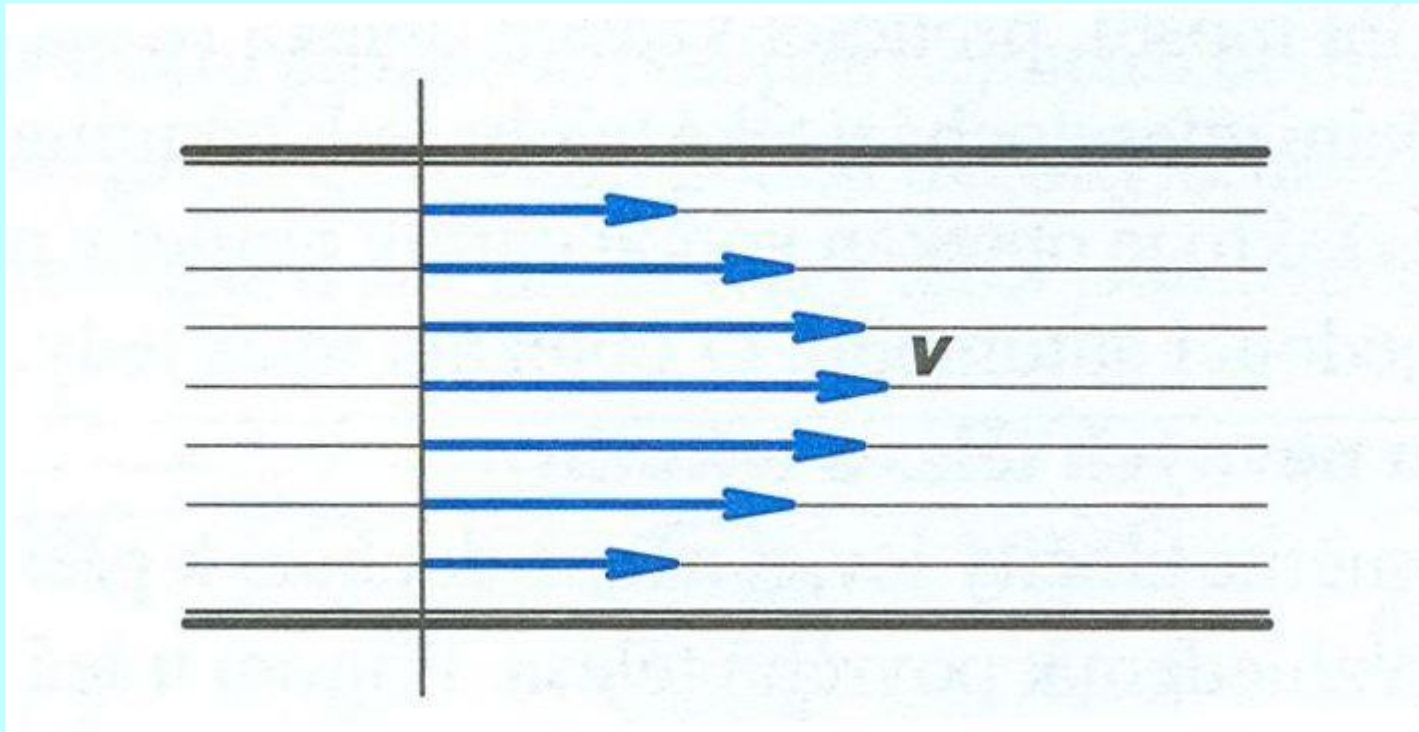
$$t = \sqrt{\frac{2h_D}{g}}$$

$$D = \sqrt{2hg} \cdot \sqrt{\frac{2h_D}{g}}$$

## 7.9. PROUDĚNÍ REÁLNÉ KAPALINY

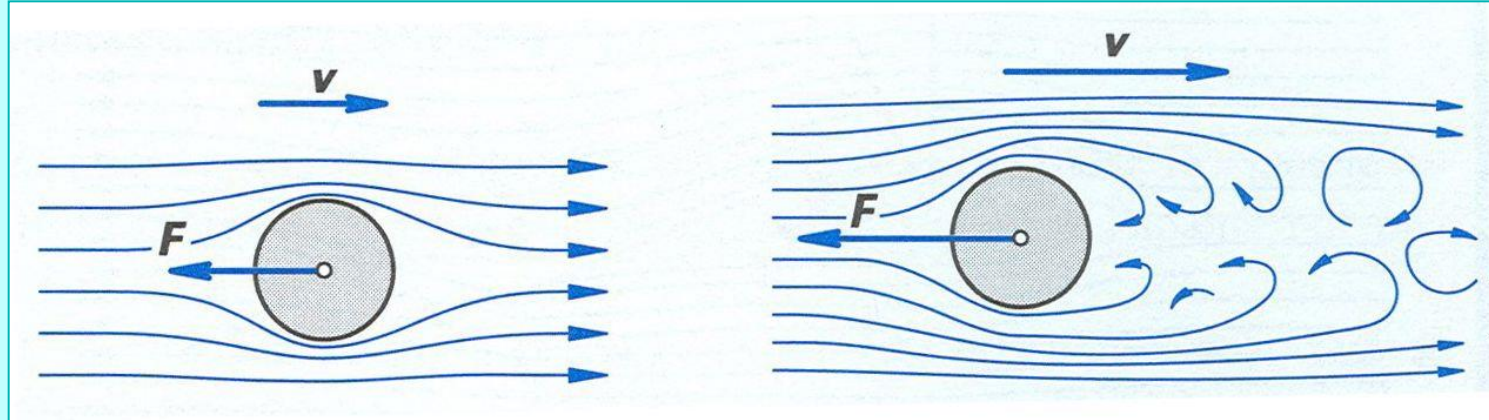
RK je stlačitelná, není dokonale tekutá → má vnitřní tření a díky němu vznikají v kapalinách a plynech odporové síly, způsobuje také zvýšení teploty kapaliny (je třeba ji chladit)

**mezní vrstva kapaliny** – vrstva, která se bezprostředně dotýká stěny





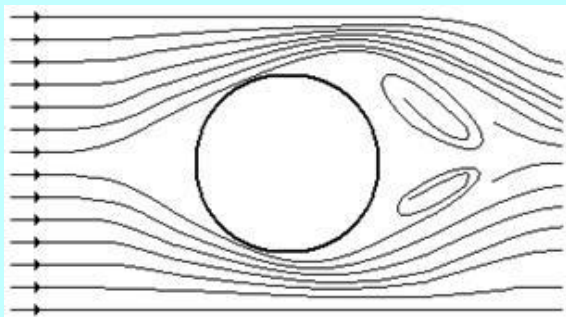
# 7.9. PROUDĚNÍ REÁLNÉ KAPALINY



Obtékání tělesa při menších a větších rychlostech proudění.

**laminární proudění** – vektory rychlostí jsou rovnoběžné

**turbulentní proudění** – vzniká při větších rychlostech  
proudění kapaliny (tvoří se víry)



# 7.10. OBTÉKÁNÍ TĚLES REÁLNOU KAPALINOU

Pohyb pevného tělesa a kapaliny je relativní!

**odpor prostředí** je jev, při kterém vznikají odporové síly působící proti směru pohybu tělesa nebo kapaliny (plynu)

- u kapalin – hydrodynamická odporová síla
- u plynů – aerodynamická odporová síla

$C$  – součinitel odporu závisející na tvaru tělesa

1,33 – dutá polokoule (padák)

0,03 – proudnicový (aerodynamický) tvar

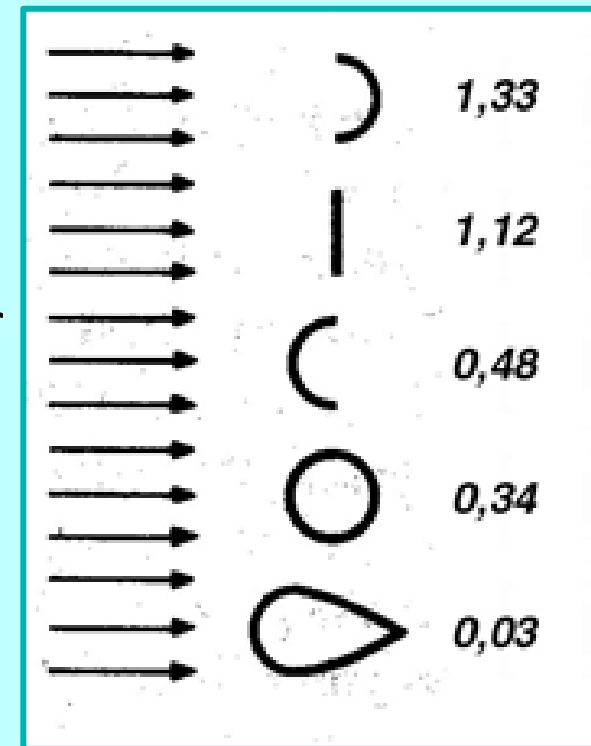
$\rho$  – hustota vzduchu

$S$  – obsah průřezu tělesa kolmého ke směru pohybu

$v$  – velikost relativní rychlosti

$$F = \frac{1}{2} C \rho S v^2$$

Newtonův vztah platí pro středně velké rychlosti.



# 7.10. OBTÉKÁNÍ TĚLES REÁLNOU KAPALINOU

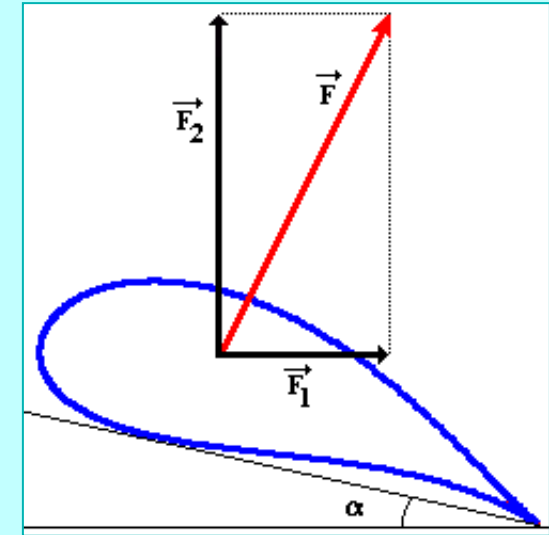
**křídlo letadla** – má nesouměrný profil

$F$  – aerodynamická síla  $F = F_1 + F_2$

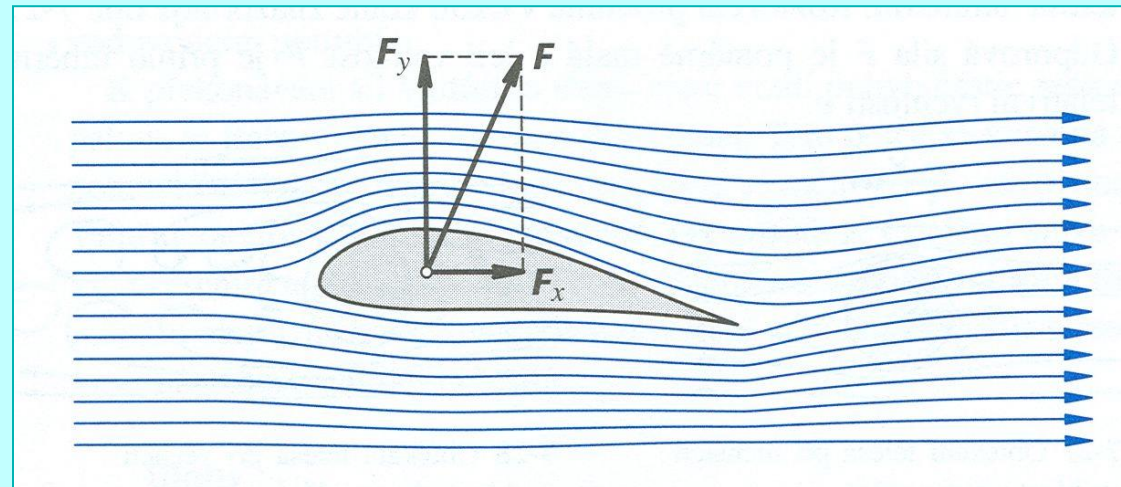
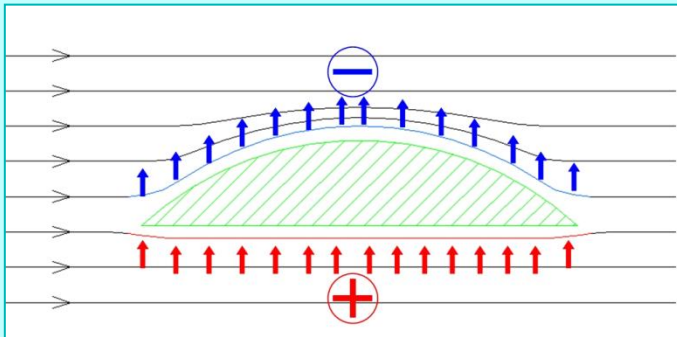
$F_1$  – odporová síla, kterou překonává tažná síla motoru, má směr opačný k rychlosti letadla

$F_2$  – aerodynamická vztlaková síla působí proti tíhové síle, udržuje letadlo ve vzduchu

$\alpha$  – úhel náběhu



Vzduch obtékající horní stěnu má větší rychlost než vzduch pod křídlem, vzniká podtlak nad horní stěnou a aerodynamická vztlaková síla, která působí





# HYDROSTATIKA 1

**2.310** Na píst hustilky o průměru 2,4 cm působíme tlakovou silou 20 N. Jaký tlak vznikne uvnitř hustilky, uzavřeme-li její vývod?

**2.313** V kapalině, v níž je vnější silou vyvolán tlak 100 kPa, je ponořena krychle o hraně 1 cm. a) Jak velká tlaková síla působí na každou stěnu krychle? b) Jak velká je výslednice všech tlakových sil působících na krychli? Hydrostatický tlak v kapalině neuvažujte.

**2.316** Na píst hydraulického lisu o obsahu 25 cm<sup>2</sup> působí síla o velikosti 100 N. a) Jaký tlak vyvolá tato síla v kapalině lisu? b) Jak velká síla působí na druhý píst o obsahu 1 000 cm<sup>2</sup>? c) O jakou vzdálenost se posune druhý píst, jestliže se menší píst posune o 8 cm?

**2.323** Do spojených nádob je nalita rtuť. Do jaké výšky musíme nalít do jednoho ramena vodu, aby byla rtuť v druhém ramenu o 2 cm výše než v prvním ramenu?

**2.327** Skleněný válec vysoký 20 cm o obsahu průřezu 30 cm<sup>2</sup> naplníme zcela vodou. Na horní okraj válce přiložíme list papíru a válec obrátíme. Proveďte pokus a vysvětlete, proč voda nevyteče. Jak velkou silou je papír přitlačován k válci, je-li atmosférický tlak 10<sup>5</sup> Pa?

# HYDROSTATIKA 2

**2.331** Určete velikost vztlakové síly, která působí na krychli o hraně 10 cm ponořené a) ve vodě, b) v oleji o hustotě  $900 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ .

**2.332** Do vody jsou ponořena dvě závaží o stejné hmotnosti 100 g. Jedno závaží je z mosazi, druhé z hliníku. Na které závaží působí větší vztlaková síla? Odpověď zdůvodněte.

**2.333** Mosazné závaží o hmotnosti 100 g ponoříme nejprve do vody, potom do lihu. V kterém případě působí na závaží větší vztlaková síla? Odpověď zdůvodněte.

**2.334** Na těleso ponořené do vody v hloubce 1 m působí vztlaková síla 20 N. Jak velká vztlaková síla na ně působí, ponoří-li se do hloubky 5m?

**2.336** Jak velkou silou zvedneme ve vodě kámen o hmotnosti 10 kg a objemu  $4 \text{ dm}^3$ ? Jak velkou silou kámen zvedáme na vzduchu?

# HYDROSTATIKA 3

**2.337** Chlapec zvedá žulový kámen ve vodě silou 32 N, na vzduchu silou 52 N. Jakou hustotu má žula?

**2.339** Ponoříme-li těleso o hmotnosti 10 kg do kapaliny o hustotě  $800 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ , působí na ně výsledná síla o velikosti 40 N směrem dolů. Jaký je objem tohoto tělesa?

**2.340** Zlatý prsten je vyvážen na vzduchu závažím 1 g, ve vodě závažím 0,92 g. Je zhotoven z čistého zlata? Hustota zlata je  $19\,300 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ .

**2.343** Jak velká část  $V'$  celkového objemu  $V$  ledovce zůstává skryta pod mořskou hladinou? Hustota ledu je  $920 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ , hustota mořské vody  $1\,030 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ .

**2.344** Jakou nejmenší tloušťku musí mít ledová kra o obsahu plochy  $4 \text{ m}^2$ , která právě unese těleso o hmotnosti 96 kg? Kra má tvar ploché desky. Hustota ledu je  $920 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ .

# HYDRODYNAMIKA 1

**2.351** Potrubím o obsahu kolmého řezu  $30 \text{ cm}^2$  protéká kapalina rychlostí  $0,5 \text{ m} \times \text{s}^{-1}$ . Určete a) objemový průtok kapaliny, b) objem kapaliny, která proteče průřezem potrubí za 1 minutu.

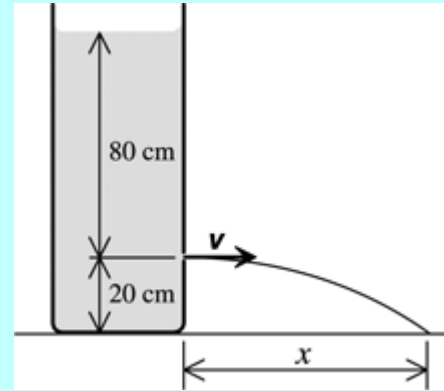
**2.353** Obsah kolmého řezu trubice se zužuje ze  $120 \text{ cm}^2$  na  $20 \text{ cm}^2$ . Širší částí trubice protéká voda rychlostí  $0,5 \text{ m} \times \text{s}^{-1}$ . Jak velkou rychlostí proudí voda zúženou částí trubice?

**2.357** Obsah plochy průřezu vodorovného potrubí se zužuje z  $50 \text{ cm}^2$  na  $15 \text{ cm}^2$ . V širší části potrubí je rychlost protékající vody  $3 \text{ m} \times \text{s}^{-1}$  a tlak  $85 \text{ kPa}$ . Jak velkou rychlostí a při jakém tlaku proudí voda v užší části potrubí?

**2.360** Jak velkou rychlostí vytéká voda otvorem z válcové nádoby, který je v hloubce a)  $20 \text{ cm}$ , b)  $80 \text{ cm}$  pod hladinou?

# HYDRODYNAMIKA 2

**2.362** Z otvoru ve stěně nádoby tryská voda. Určete a) rychlost  $v$  vody proudící otvorem, b) vzdálenost  $x$ , do které voda na podlaze dostříkne.



**2.363** Do otevřené válcové nádoby přitéká plynule voda tak, že za 1 s přiteče 0,5 litru vody. Ve dnu nádoby je otvor o obsahu průřezu  $2 \text{ cm}^2$ . V jaké výšce se ustálí voda v nádobě?

**2.364** Jak velkou odporovou sílu přemáhá motor automobilu při rychlosti  $90 \text{ km} \times \text{h}^{-1}$ ? Součinitel odporu je 0,3, čelní průřez vozidla  $2 \text{ m}^2$  a hustota vzduchu  $1,3 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$ .