

FYZIKA PRO I. ROČNÍK GYMNÁZIA

6. MECHANIKA TUHÉHO TĚLESA

Mgr. Monika Bouchalová

Gymnázium, Havířov-Město, Komenského 2, p.o.

6.1. POHYB TUHÉHO TĚLESA (TT)

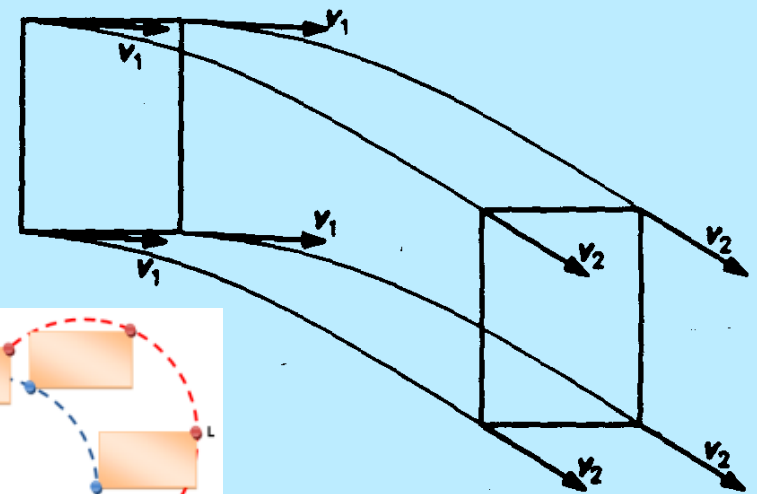
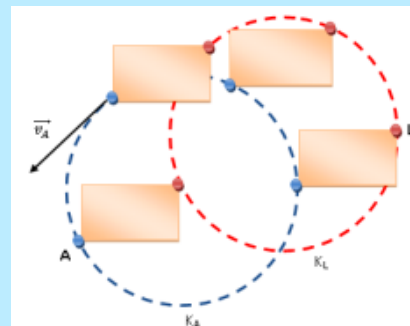
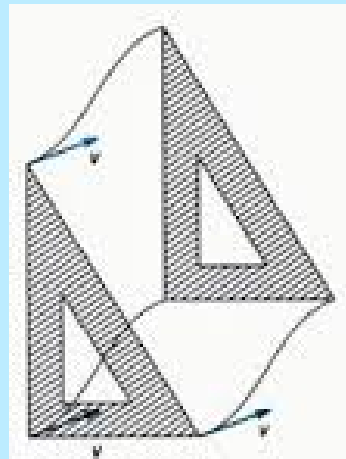
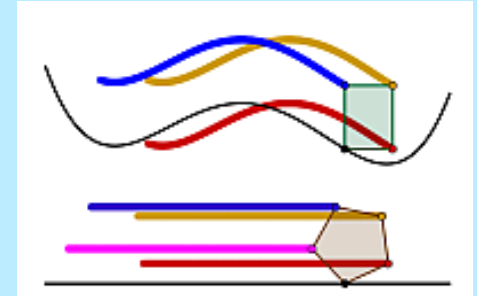
TUHÉ TĚLESO - TT

je ideální těleso, jehož tvar ani objem se účinkem sil nemění.

Síly působící na TT mají pohybové účinky, ne deformační.

posuvný pohyb – translace

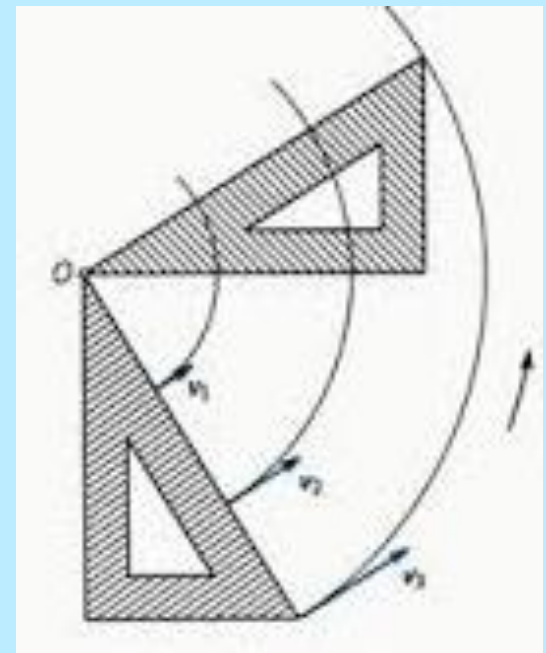
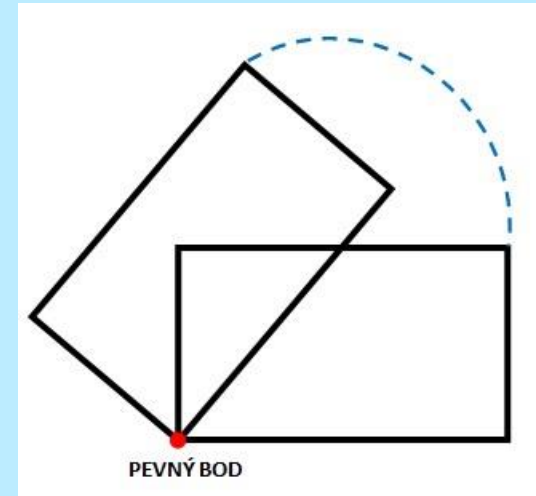
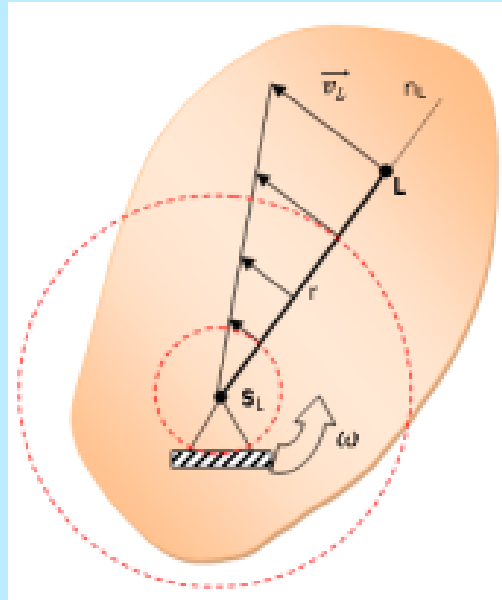
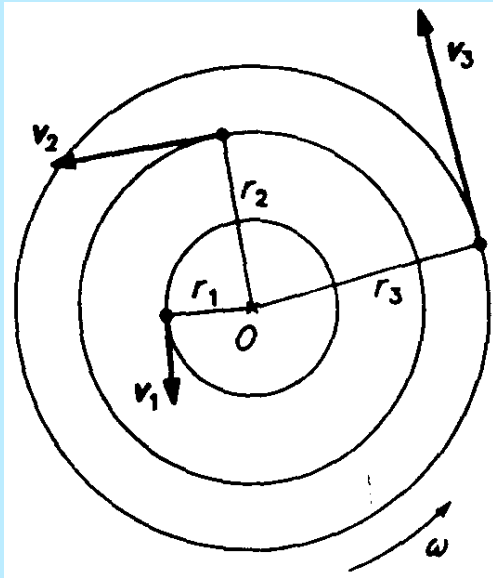
- všechny body tělesa opisují stejné trajektorie
- v daném okamžiku mají stejnou rychlost
- přímočarý / křivočarý
- rovnoměrný / nerovnoměrný



6.1. POHYB TT

otáčivý pohyb – rotace

- trajektorií je kružnice
- v daném okamžiku mají všechny body tělesa stejnou úhlovou rychlost
- osa otáčení nemění polohu
- (bruska, ventilátor, dveře)



složený pohyb

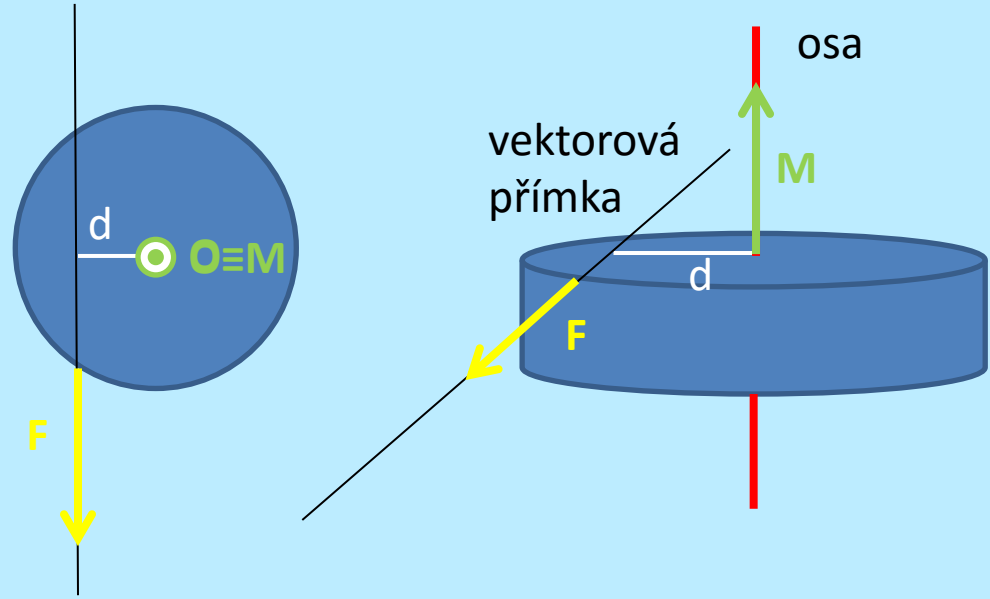
(valící se kolo, hozený disk, planety,...)

6.2. MOMENT SÍLY VZHLEDEM K OSE OTÁČENÍ

vyjadřuje otáčivý účinek síly
závisí na

$$M = F \cdot d$$
$$[M] = N \cdot m$$

- velikosti síly
- jejím směru
- poloze působišť



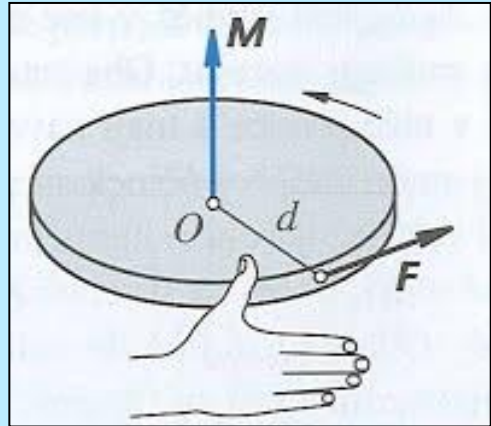
d – rameno síly

(kolmá vzdálenost vektorové přímky od osy otáčení)

směr – pravidlo pravé ruky

prsty pravé ruky ukazují směr otáčení,
vztyčený palec ukazuje směr momentu síly


$$(M \perp F \perp d)$$




6.2. MOMENT SÍLY VZHLEDEM K OSE OTÁČENÍ

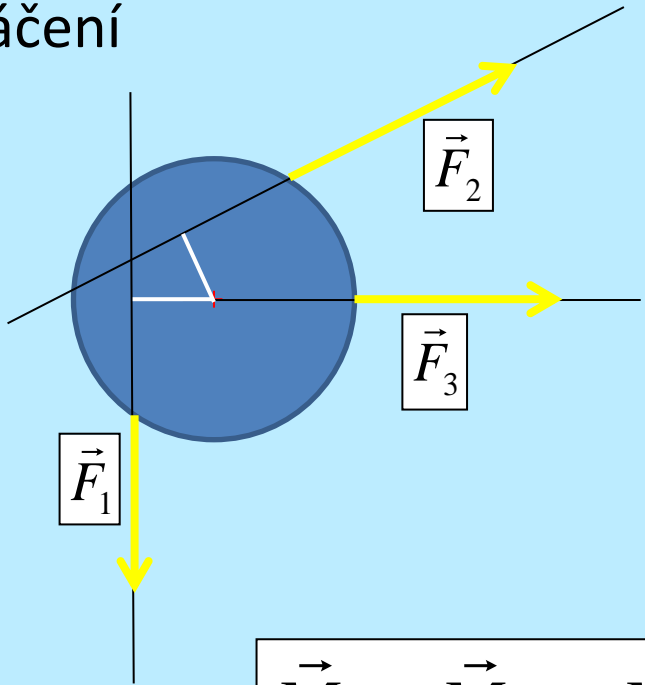
působí-li na otáčející se těleso více sil – je výsledný moment sil dán vektorovým součtem momentů jednotlivých sil

$M_{1,2,\dots,n}$ leží v ose otáčení

Př:
 $M_1 = F_1 d_1$ 

$M_2 = F_2 d_2$ 

$M_3 = F_3 d_3$ $d_3 = 0$
 $M_3 = 0$



$$M = M_1 - M_2$$

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n$$

momentová věta $M = 0$

otáčivé účinky sil, působících na TT otáčivé kolem nehybné osy, se navzájem ruší, je-li vektorový součet momentů všech sil vzhledem k ose otáčení nulový

6.3. SKLÁDÁNÍ SIL

Skládat síly působící na TT znamená určit sílu, která má na dané těleso stejný účinek, jako síly, které skládáme.

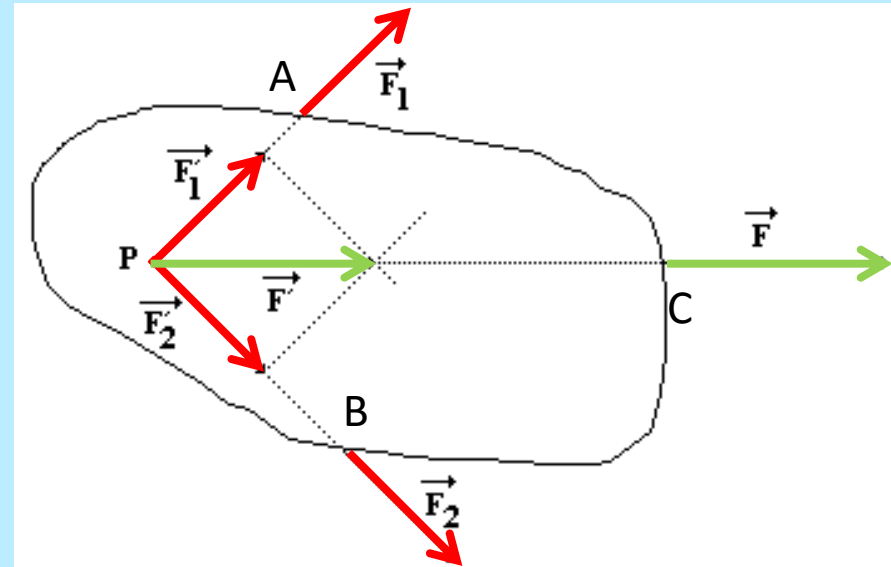
výslednice sil

- je vektorovým součtem jednotlivých sil
- určujeme velikost, směr a působiště

A) RŮZNOBĚŽNÉ SÍLY

F_1 a F_2 působí v bodech A a B

- po vektorových přímkách přeneseme do průsečíku
- vektorově sečteme
- působiště přeneseme do C

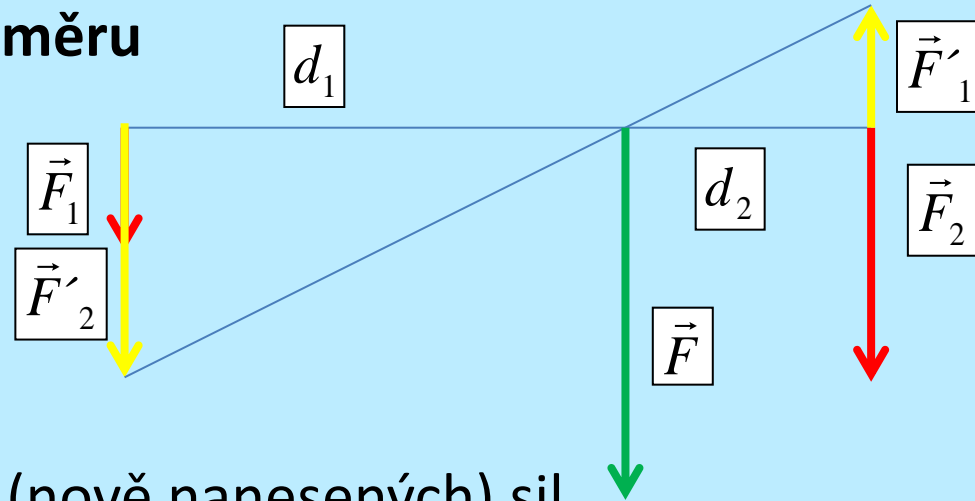


6.3. SKLÁDÁNÍ SIL

B) ROVNOBĚŽNÉ SÍLY - stejného směru

grafické určení výslednice

- nanést každou ze dvou sil na vektorovou přímkou druhé síly
- přitom změnit směr jedné z nich
- spojit koncové body pomocných (nově nanesených) sil
- tam, kde spojnice protne těleso, na které síly působily, je působiště výslednice sil



výslednice

- směr stejný jako skládané síly
- velikost – součet $F = F_1 + F_2$
- působiště
výslednice dělí vzdálenost působišť
v obráceném poměru ramen sil

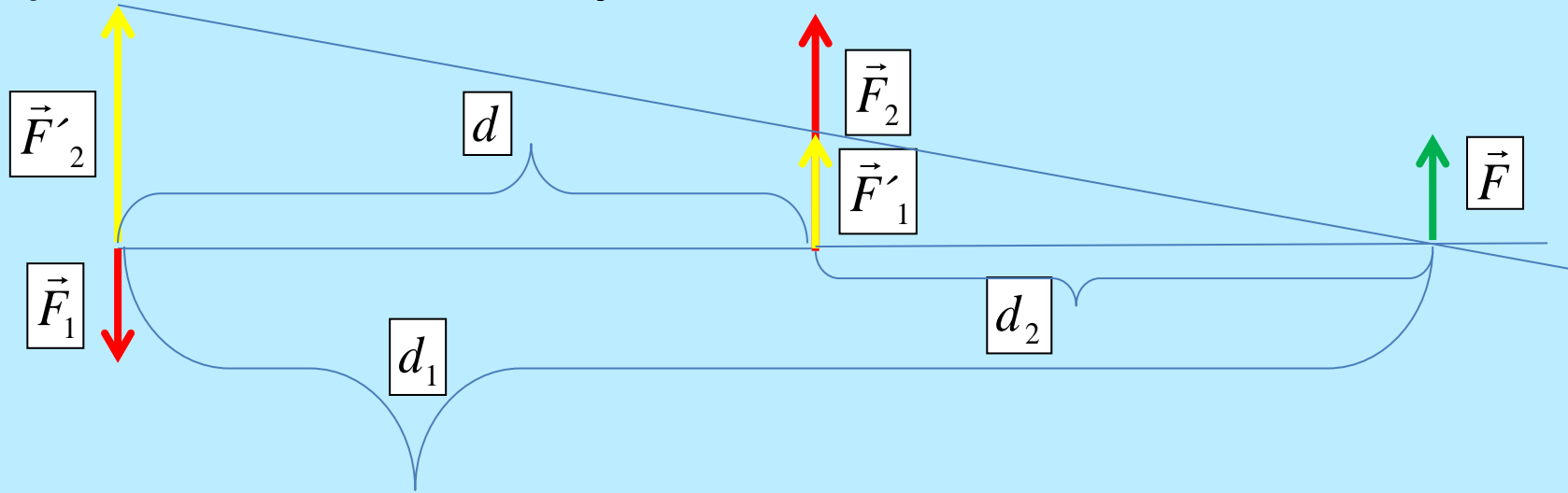
$$M_1 = M_2$$
$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$d = d_1 + d_2$$

6.3. SKLÁDÁNÍ SIL

B) ROVNOBĚŽNÉ SÍLY - opačného směru



výslednice

- směr stejný jako větší síla

- velikost – rozdíl

$$F = |F_1 - F_2|$$

- působišťě

$$\begin{array}{l} M_1 = M_2 \\ F_1 d_1 = F_2 d_2 \end{array}$$

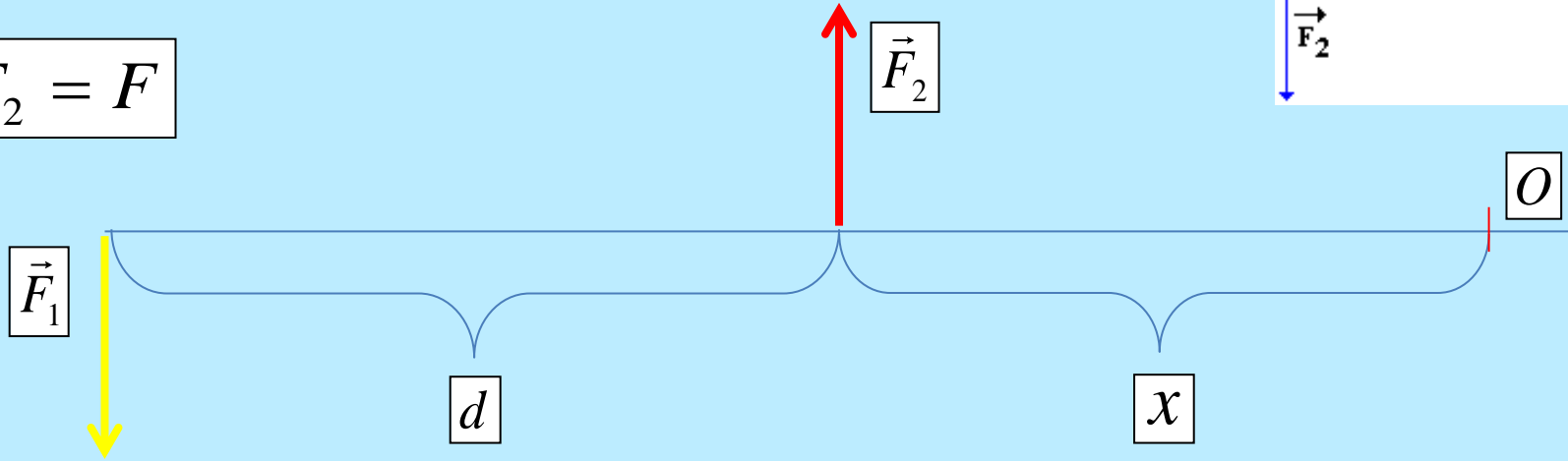
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$d = d_1 - d_2$$

6.4. DVOJICE SIL

jsou dvě stejně velké rovnoběžné síly opačného směru působící na těleso otáčející se kolem nehybné osy.

$$F_1 = F_2 = F$$



Účinek dvojice sil nelze nahradit jednou výslednicí. **Ta je nulová!!!**

moment dvojice sil – vyjadřuje otáčivý účinek sil

- vektorový součet momentů sil
- směr – pravidlo pravé ruky ($D \perp F \perp d$)
- velikost je rovna součinu velikosti jedné síly a ramena dvojice sil d (\perp vzdálenost přímek)

D nezávisí na vzdálenosti od osy

Př. volant, utahování šroubů

$$\vec{D} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

$$D = M_1 - M_2$$

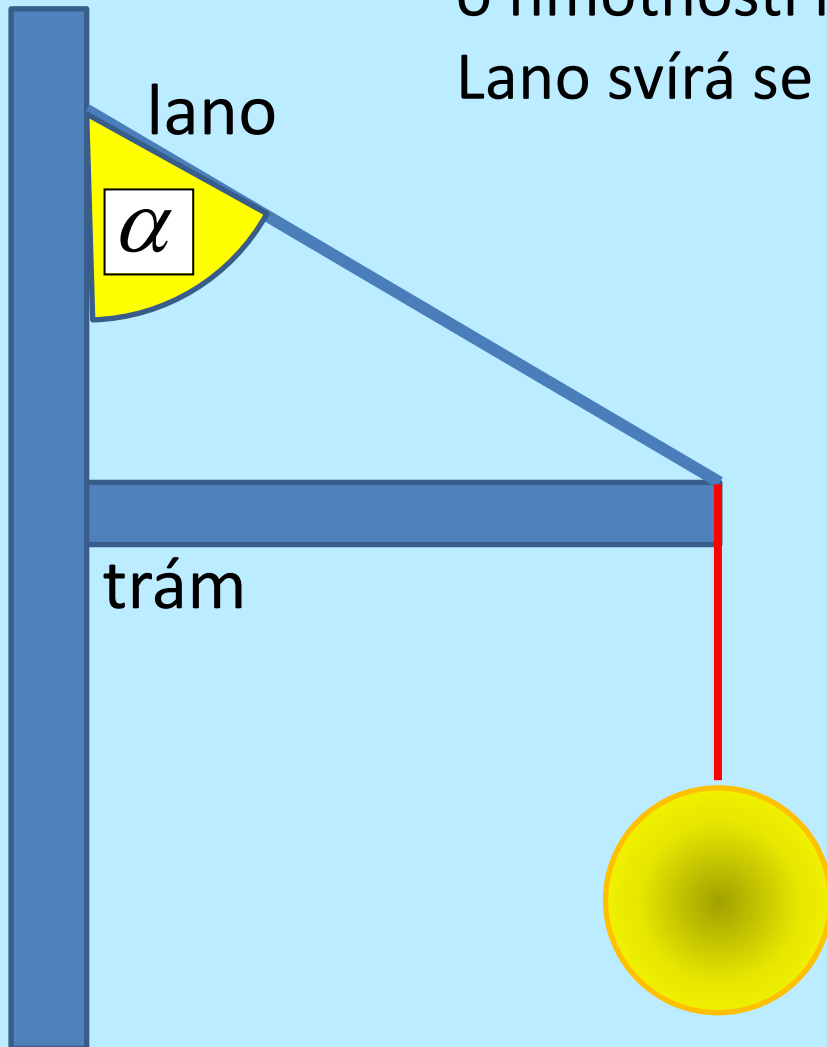
$$D = F_1(d + x) - F_2x$$

$$D = F_1d + F_1x - F_2x$$

$$D = Fd$$

$$[D] = Nm$$

Jakou silou působí zavěšená lampa
o hmotnosti m na trám a lano?
Lano svírá se svislou stěnou úhel α .



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_G}$$

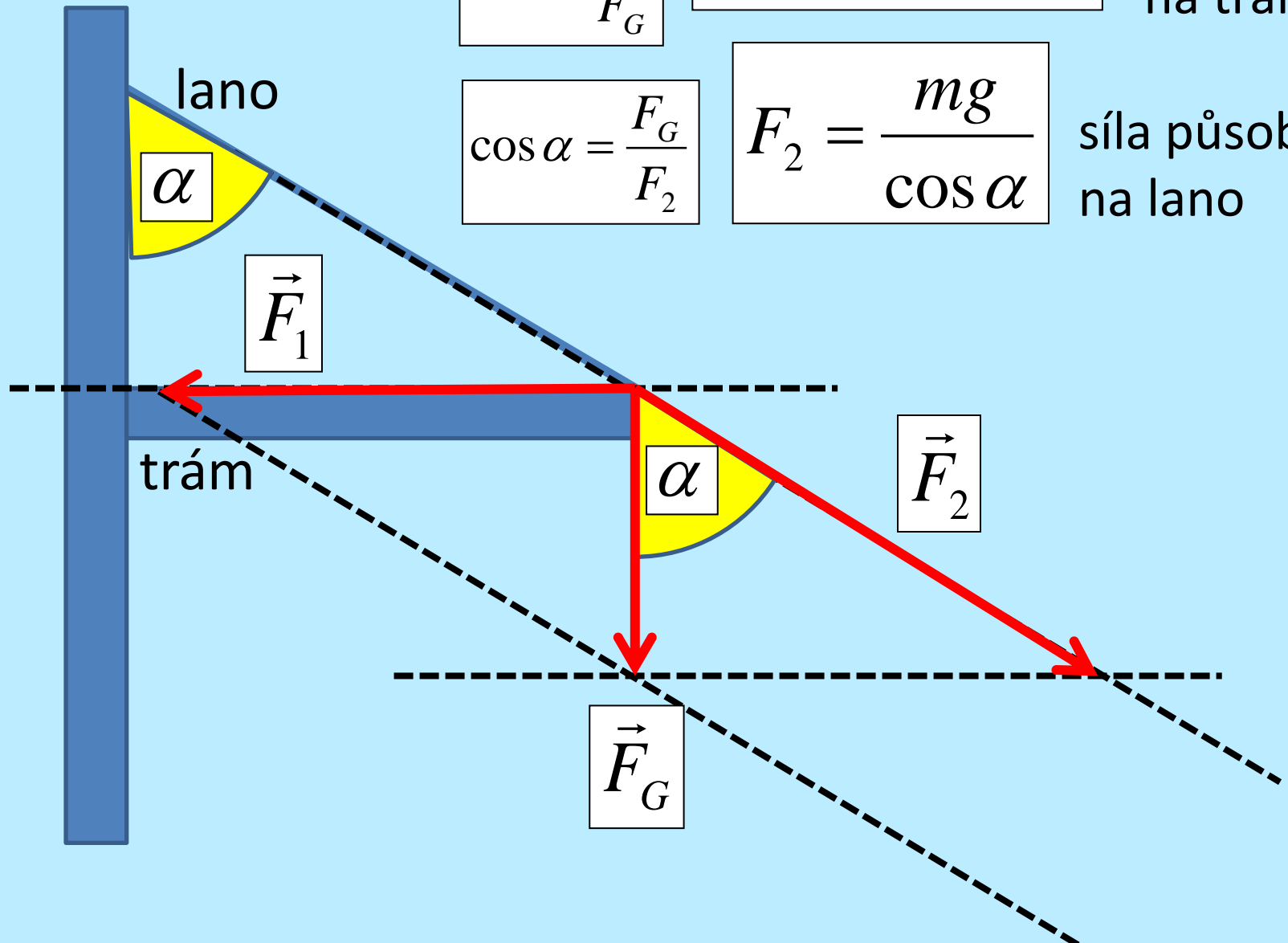
$$F_1 = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

síla působící na trám

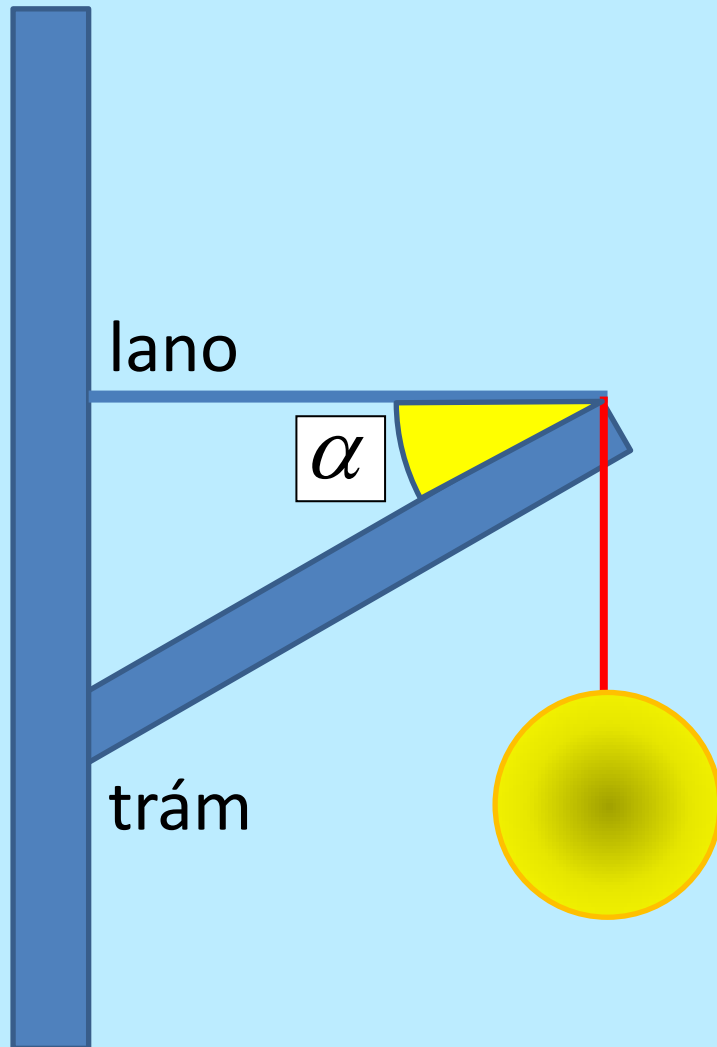
$$\cos \alpha = \frac{F_G}{F_2}$$

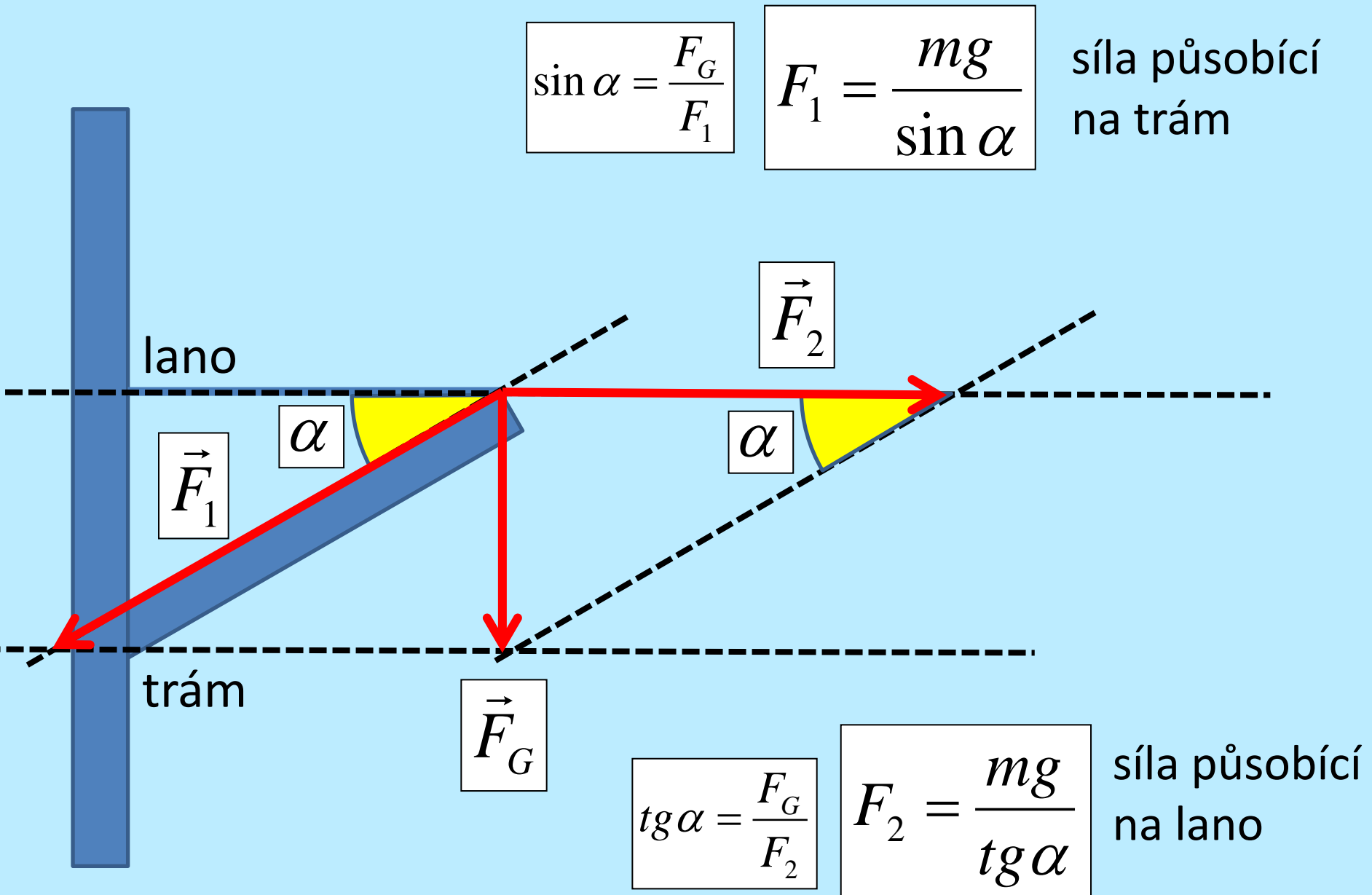
$$F_2 = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

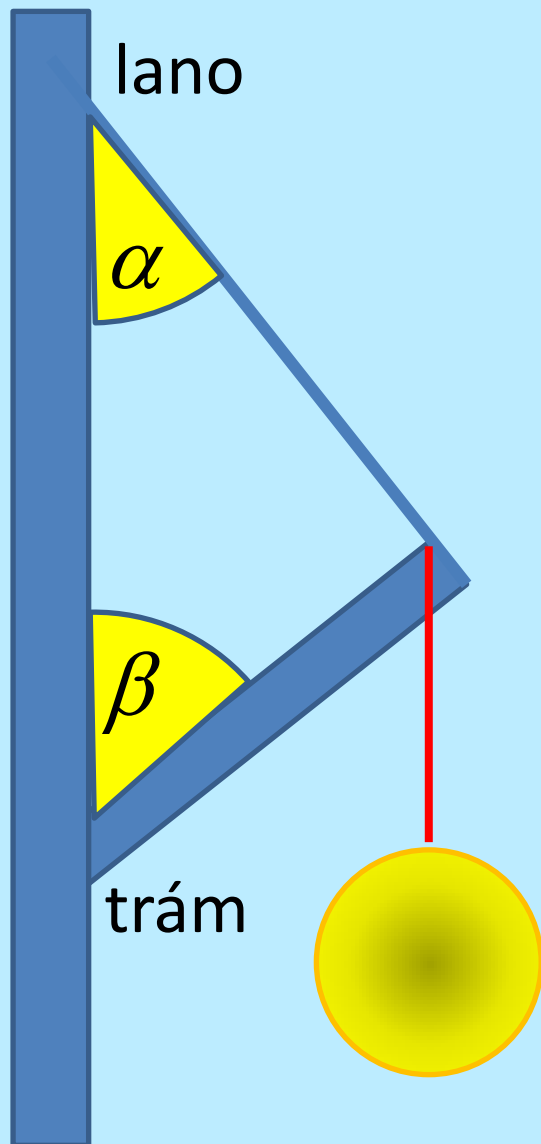
síla působící na lano



Jakou silou působí zavěšená lampa o hmotnosti m na trám a lano?
Lano svírá s trámem úhel α .





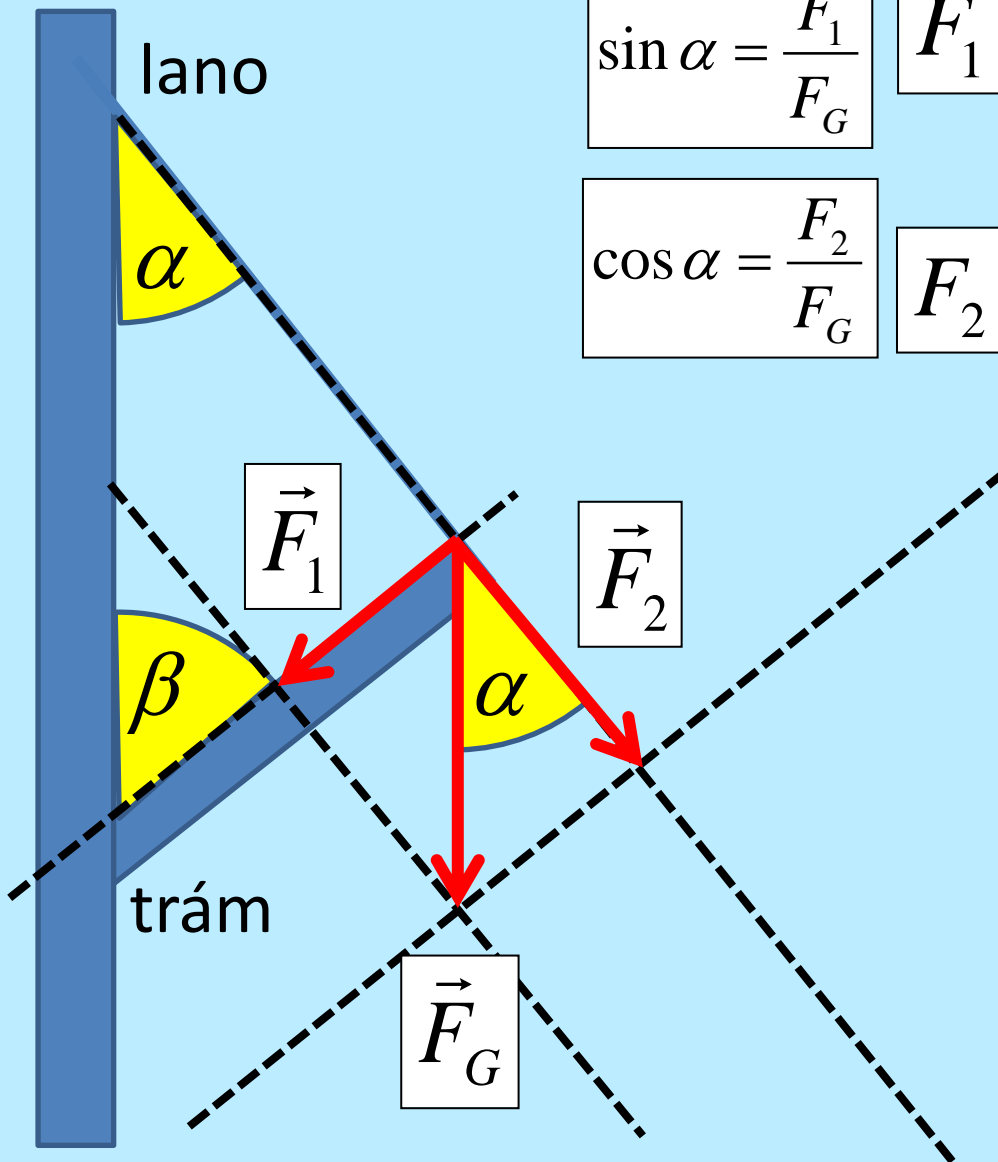


Jakou silou působí zavěšená lampa o hmotnosti m na trám a lano?

Úhly jsou vyznačeny. $\alpha + \beta = 90^\circ$

6.5. ROZKLAD SIL

příklad 3



$$\sin \alpha = \frac{F_1}{F_G}$$

$$F_1 = mg \cdot \sin \alpha$$

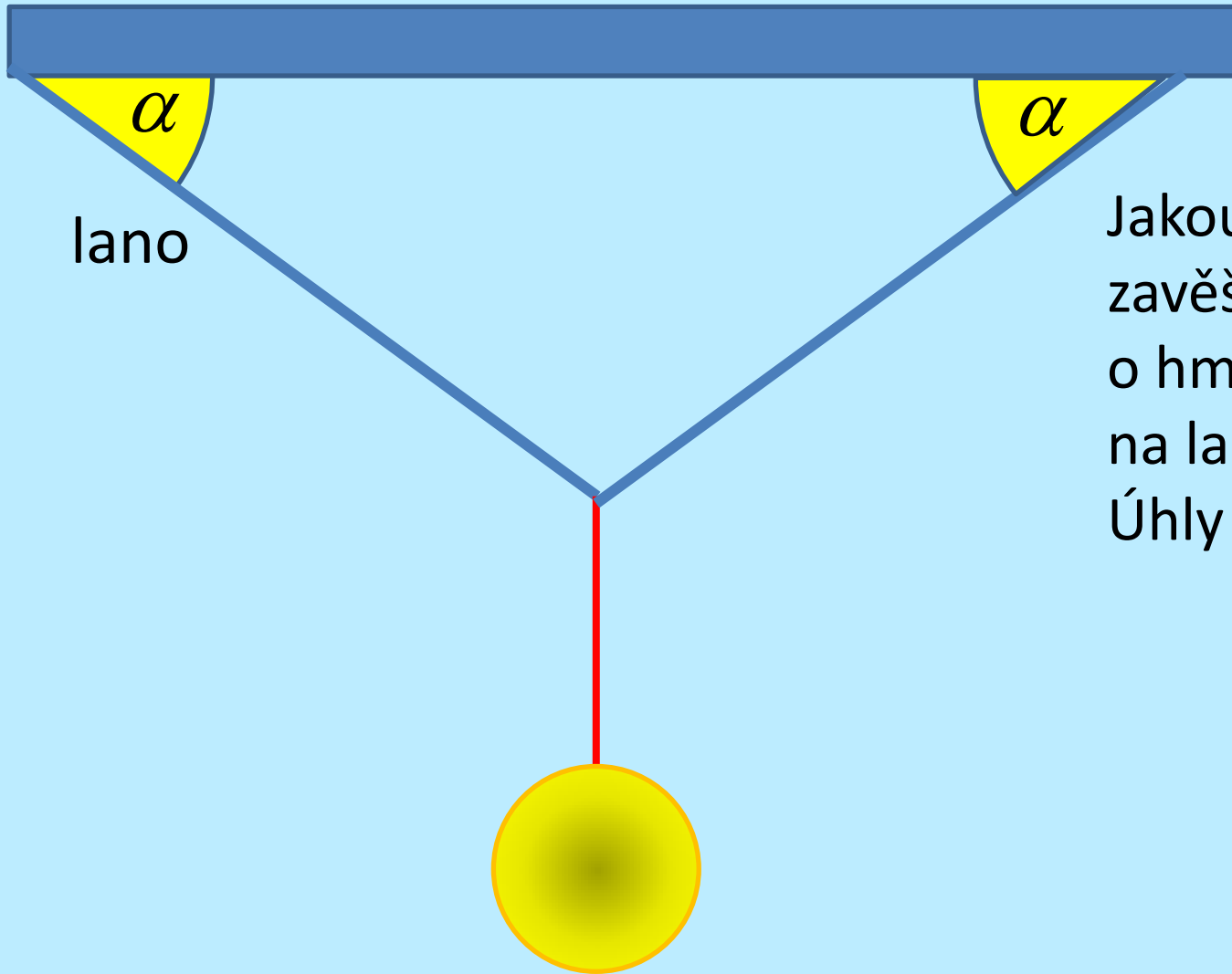
síla působící
na trám

$$\cos \alpha = \frac{F_2}{F_G}$$

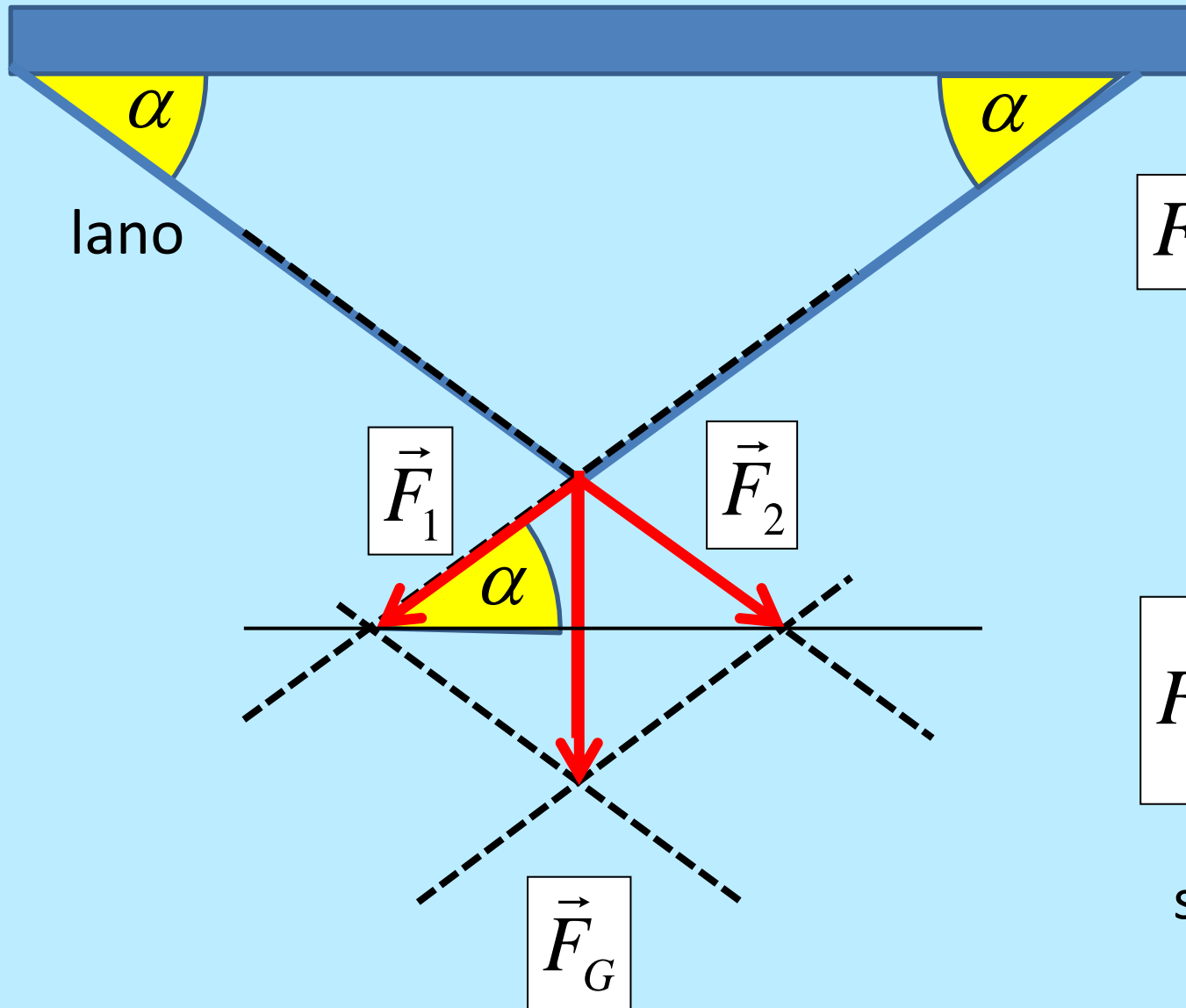
$$F_2 = mg \cdot \cos \alpha$$

síla působící
na lano

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



Jakou silou působí
zavěšená lampa
o hmotnosti m
na lana?
Úhly jsou vyznačeny.



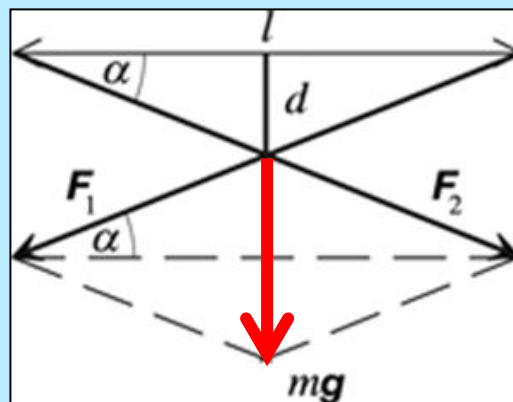
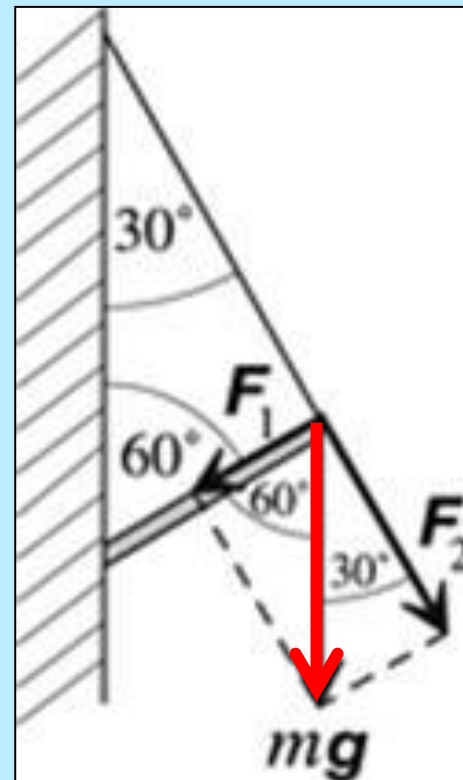
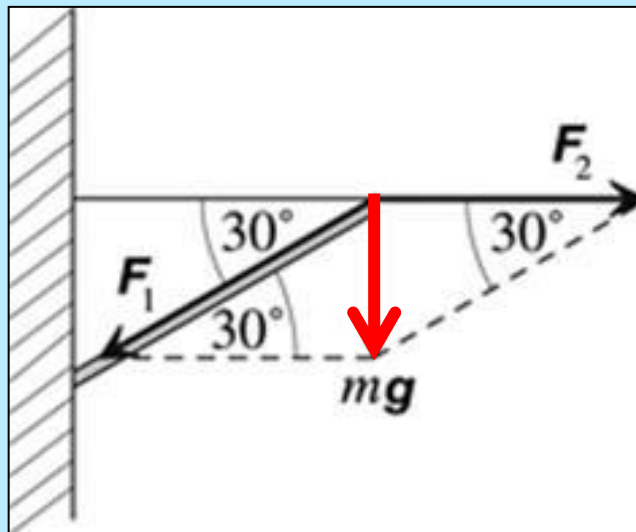
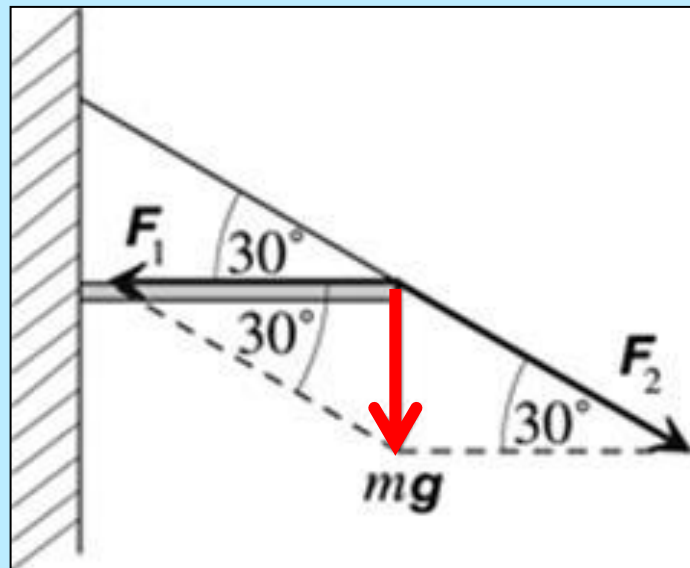
$$F_1 = F_2 = F$$

$$\sin \alpha = \frac{F_G}{2F}$$

$$F = \frac{mg}{2 \sin \alpha}$$

síly působící
na lano

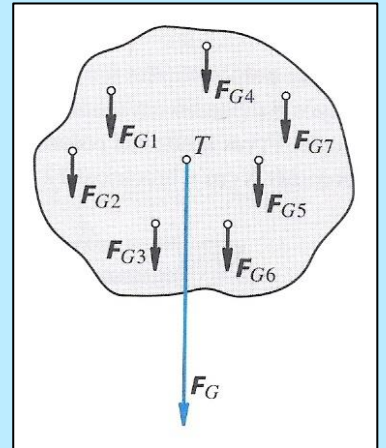
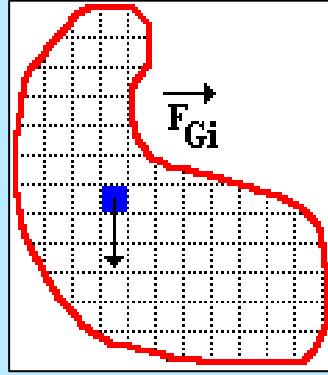
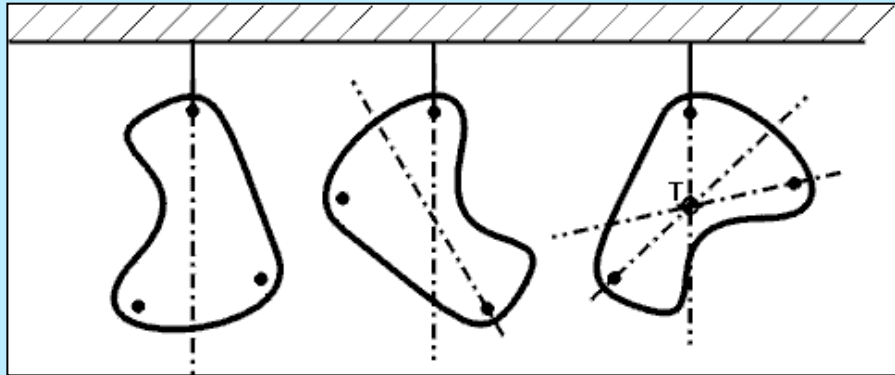
6.5. ROZKLAD SIL



6.6. TĚŽIŠTĚ TT

je působiště tíhové síly působící na těleso v homogenním tíhovém poli.

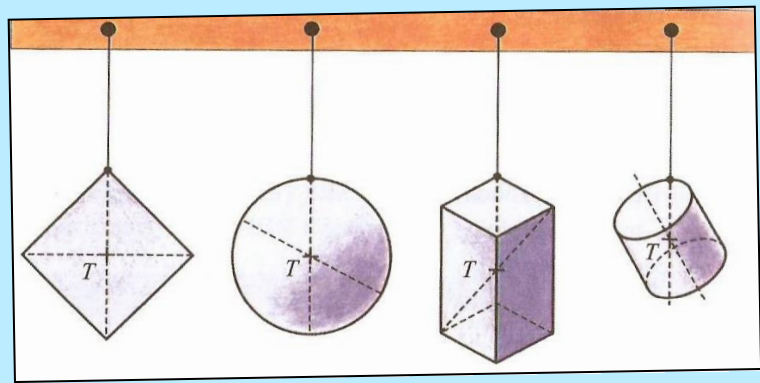
těžnice – přímka spojující bod závěsu a těžiště



poloha těžiště závisí na rozložení látky v tělese

těžiště stejnorodých těles, která mají

- střed souměrnosti je na středu (koule, krychle,...)
- osu souměrnosti na ose (rotační kužel)
- rovinou souměrnosti v rovině



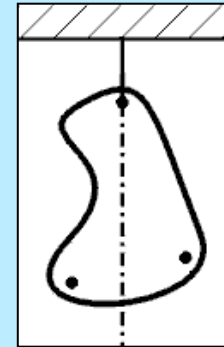
dutá tělesa mají těžiště mimo látku tělesa



6.7. ROVNOVÁŽNÁ POLOHA TT

Těleso je v RP, jestliže

- svislá těžnice prochází bodem závěsu nebo podpěrným bodem
- a těleso je v klidu.



podmínky rovnováhy :

silová rovnováha

$$\mathbf{F} = 0$$

těleso se nepohybuje

momentová rovnováha

$$\mathbf{M} = 0$$

těleso se neotáčí

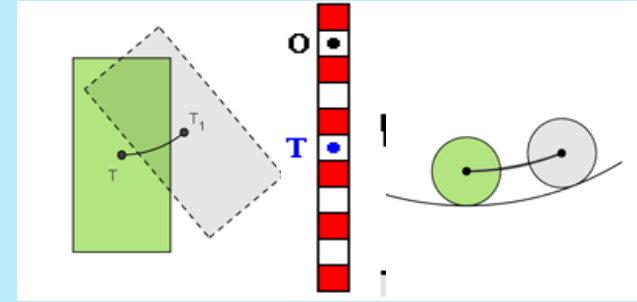
Jestliže je vektorový součet sil a momentů sil nulový, pak je TT v RP.

6.7. ROVNOVÁŽNÁ POLOHA TT

Jestliže těleso vychýlíme z RP, změní se rozložení sil a mohou nastat tři případy:

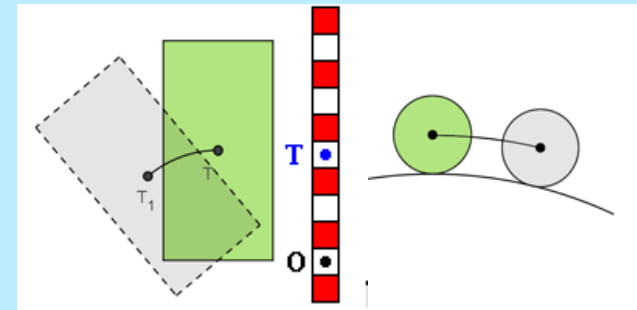
stálá (stabilní) RP

- po vychýlení se vrací zpět do RP
- v RP je E_p nejmenší
- vychýlením se E_p zvětšuje (těžiště je výše)
- kulička v misce, těleso zavěšené nad těžištěm



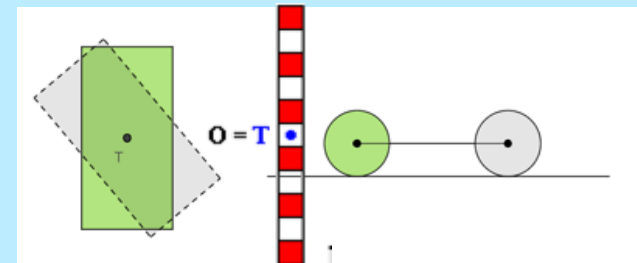
vratká (labilní) RP

- těleso se dostává do nové RP stálé (samo se do původní RP nevrátí)
- E_p se zmenšuje (těžiště je níž)
- tužka na hrotě, těleso zavěšeno pod těžištěm



volná (indiferentní) RP

- zůstane v nové RP volné
- E_p se nemění (těžiště je ve stejné výšce)



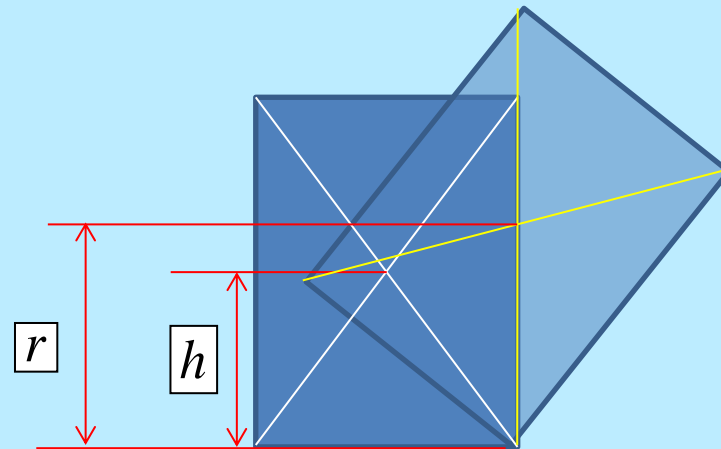
6.7. ROVNOVÁŽNÁ POLOHA TT

STABILITA TĚLESA

stabilitu určujeme prací, kterou musíme vykonat, abychom převedli těleso ze stálé RP do vratké RP

$$W = F \cdot s$$

$$W = mg(r - h)$$



Stabilita je tím větší, čím je

- těleso těžší
- těžiště níž
- větší vzdálenost svislé těžnice od překlápěcí hrany

6.8. KINETICKÁ ENERGIE TT

se rovná součtu kinetické energie jednotlivých hmotných bodů.

A) posuvný pohyb

těleso se pohybuje rychlostí v

m – celková hmotnost tělesa

$$E_k = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \dots + \frac{1}{2}m_kv^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

B) otáčivý pohyb

s úhlovou rychlostí ω

$v = r \cdot \omega$

$$E_k = \frac{1}{2}\omega^2(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots + m_kr_k^2)$$

J – **moment setrvačnosti tělesa** vzhledem k ose otáčení

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$$

- $[J] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$
- závisí na rozměrech a tvaru tělesa a poloze osy otáčení
- vyjadřuje rozložení látky k ose rotace

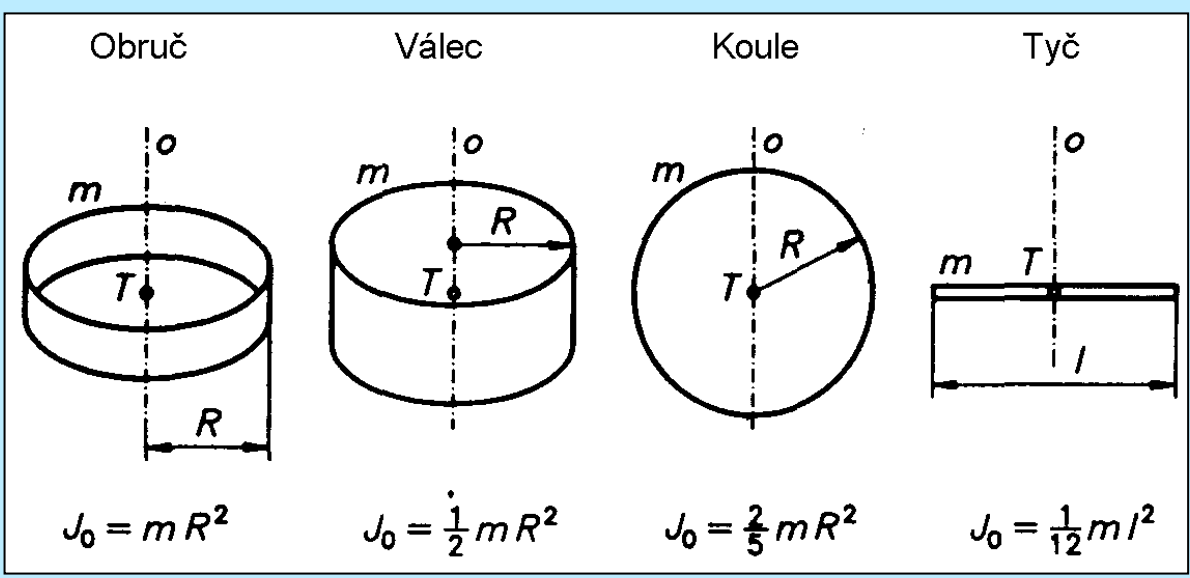
Koná-li těleso současně posuvný a otáčivý pohyb kolem osy procházející těžištěm tělesa, je jeho E_k určena součtem.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

6.8. KINETICKÁ ENERGIE TT

Momenty setrvačnosti.

R – poloměr těles
(resp. jejich podstav)
s výjimkou tyče, kde R
představuje její délku \rightarrow



tyč (osa středem)	$J = \frac{1}{12} R^2 m$
tyč (osa na kraji)	$J = \frac{1}{12} R^2 m$
obruč	$J = R^2 m$
kruhová deska	$J = \frac{1}{2} R^2 m$
válec	$J = \frac{1}{2} R^2 m$
plášť válce	$J = R^2 m$
koule	$J = \frac{2}{5} R^2 m$
kužel	$J = \frac{3}{10} R^2 m$

6.8. KINETICKÁ ENERGIE TT

Steinerova věta – pokud osa neprochází těžištěm
d – vzdálenost od osy

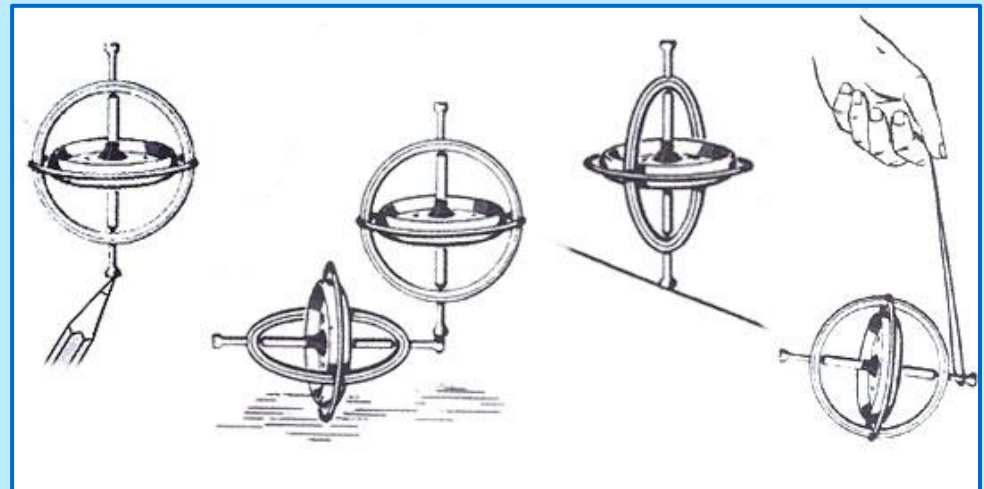
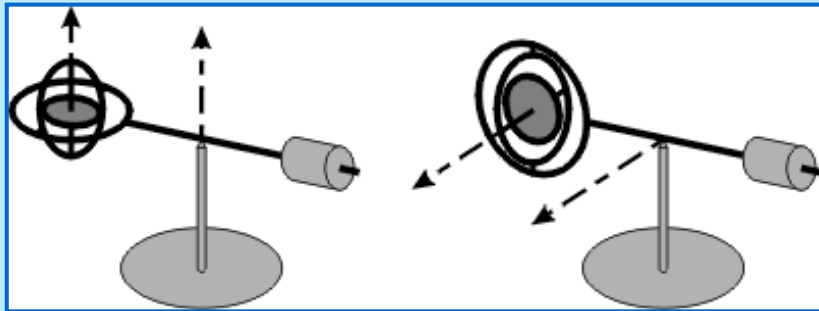
$$J = J_0 + m \cdot d^2$$

Při otáčení TT kolem pevné osy působí na všechny části tělesa setrvačné odstředivé síly směřující od osy otáčení a způsobují zvýšené namáhání osy.

Vhodným umístěním osy se setrvačné odstředivé síly ruší.

volná osa - prochází těžištěm tělesa, není namáhána silami

gyroskop



6.8. KINETICKÁ ENERGIE TT

setrvačník - gyroskop

- je zařízení o velké hmotnosti otáčející se kolem volné osy s velkým momentem setrvačnosti
- má velkou E_k , kterou lze využít v okamžicích, kdy se nekoná práce
- osa roztočeného setrvačníku zachovává svůj směr v prostoru, nepůsobí-li na setrvačník vnější síly
- ke změně směru rotační osy je třeba velkého momentu síly

- Př.:
 - k pohánění mechanických hraček, autíčka, ...,
 - ke zvýšení rovnoměrnosti chodu strojů,
 - ke konstrukci palubních leteckých přístrojů (např. tzv. umělého horizontu nebo zatáčkoměru),
 - Hubbleův teleskop je vybaven velkými setrvačníky, které umožňují definovat jeho orientaci v kosmickém prostoru