

3. DYNAMIKA HMOTNÉHO BODU

Dynamika je částí mechaniky, která se zabývá příčinami pohybu tělesa.
Zkoumá, proč se tělesa pohybují. dynamis = řecky síla)

Rozdělení

- relativistická mechanika $v \sim c$
- klasická dynamika $v \ll c$ (makroskopický popis)
- kvantová mechanika (mikrosvět)

Zakladatelé

- Galileo Galilei (1564 – 1642) Ital
- Christian Huygens (1629 – 1695) Holanďan
- Isaac Newton (1643 - 1727) Angličan

Základy dynamiky tvoří tři Newtonovy zákony.

3.1. VZÁJEMNÉ PŮSOBNÍ TĚLES

- **při přímém styku** – tělesa se navzájem dotýkají
- **prostřednictvím silového pole** – tělesa nejsou ve vzájemném dotyku;
síla působí prostřednictvím pole (gravitační, magnetické, elektrické, elmg, ..)

Účinky síly

- **deformační (statické)** - síla má za následek deformaci tělesa
(Rozbití vajíčka, přetržení nitě, prohnutí trampolíny pod artistou ...).
Na deformačním účinku síly je založeno měření síly pomocí siloměru: Těleso zavěsíme na pružinu, která se vlivem působící síly natáhne (deformuje) a pomocí okalibrované stupnice lze odečítat velikost působící síly.
- **pohybový (dynamické)** - síla má za následek změnu pohybového stavu tělesa (Roztlačení auta, zastavení volejbalového míče, změnu směru pohybu loďky...)

Síla F – je vektorová veličina určená: velikostí, směrem, polohou působišť (v těžišti), jednotka $[F] = N$ (newton)

izolované těleso – těleso, na které nepůsobí žádná vnější síla – (neexistuje)

model IT – je těleso, na které působí síly tak, že jejich výslednice je nulová

Izolované těleso, které je v pohybu, má stále stejnou rychlost. Pohybuje se rovnoměrným přímočarým pohybem.

3.2. 1. NEWTONŮV POHYBOVÝ ZÁKON - ZÁKON SETRVAČNOSTI

Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, pokud není nuceno vnějšími silami tento stav změnit.

... jinými slovy:

Nepůsobí-li na těleso síla, pohybuje se těleso bez zrychlení, nebo je v klidu.

Setrvačnost těles v praxi:

1. **setrvačnost těles v klidu** – se projevuje při každém uvedení tělesa do pohybu

V rozjíždějícím se autobusu máme tendenci setrvat v klidu - padáme směrem proti směru rozjíždění.

2. **setrvačnost těles v pohybu** – náhlé brzdění těles, náhlá změna směru rychlosti

Zabrzdí-li prudce autobus, padáme ve směru jeho pohybu...

Klid a rovnoměrný přímočarý pohyb je ekvivalentní. Oba dva typy pohybů jsou pohyby s nulovým zrychlením.

Inerciální vztažná soustava – soustava, ve které izolované těleso setrvává v klidu nebo pohybu rovnoměrně přímočarém.

(inertia = latinsky setrvačnost)

Neinerciální vztažná soustava – soustava, ve které IT nezůstává v klidu nebo pohybu rovnoměrně přímočarém.

(Soustava se zrychlením).

- Každá VS, která je vzhledem k IVS v klidu nebo pohybu rovnoměrně přímočarém je rovněž inerciální.
- VS spojená se Zemí je inerciální.

3.3. 2. NPZ - ZÁKON SÍLY

Velikost zrychlení HB je přímo úměrná velikosti výslednice sil působících na HB a nepřímo úměrná hmotnosti HB.

Směr zrychlení je shodný se směrem výslednice sil.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Nebo: Stálá síla \mathbf{F} působící na těleso o hmotnosti m uvádí těleso do rovnoměrně zrychleného pohybu se zrychlením \mathbf{a} . (**pohybová rovnice**)

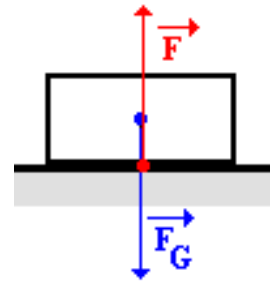
1 N je síla, která tělesu o hmotnosti 1 kg uděljuje zrychlení $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. $[\mathbf{F}] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

2. NPZ umožňuje dynamické měření hmotnosti tělesa: známe-li velikost výslednice sil působících na těleso a změříme-li zrychlení, je možné hmotnost tělesa vypočítat. (Např. hmotnost elementárních částic, hvězd...)

Tíhová síla $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$

3.4. 3. NPZ - ZÁKON AKCE A REAKCE

Každá dvě tělesa na sebe vzájemně působí stejně velkými silami opačného směru. (Jedné síle se říká akce, druhé reakce). Tyto síly vznikají a zanikají současně. Síly se navzájem neruší.



DŮSLEDKY Newtonových pohybových zákonů

3.5. HYBNOST TĚLESA

- je vektorová fyzikální veličina
- součin hmotnosti a okamžité rychlosti HB
- směr je totožný se směrem vektoru okamžité rychlosti
- hybnost charakterizuje pohybový stav tělesa v dané vztažné soustavě.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$[p] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Změna hybnosti

- m – je konstantní
- Δp – změna hybnosti způsobená silou F
- v_1 – původní rychlost tělesa
- v_2 – nová rychlost tělesa

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

$$\Delta \vec{p} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

vyjádříme-li sílu z 2NPZ \rightarrow

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

- časová změna hybnosti se rovná působící síle.

- Takto zapsaný 2NPZ je obecnější, lze ho použít i pro popis dějů, v nichž se mění hmotnost těles.

Změna hmotnosti dopravních prostředků spotřebou paliva; výrazná je změna hmotnosti u raket, z níž unikají plyny při raketovém pohonu; změna hmotnosti sekačky na trávu, kterou tlačíme a která posekanou trávu sbírá; ...

Impuls síly

- je součin síly a doby, po kterou síla působila. Abychom uvedli HB do pohybu, je třeba působit malou silou po dlouhý čas nebo stačí kratší časový interval působit silou větší.
- je rovný změně hybnosti hmotného bodu
- změna hybnosti má stejný směr jako impuls síly
- vyjadřuje časový účinek síly.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$[p] = \text{N} \cdot \text{s}$$

$$F \cdot t = m \cdot v$$

3.6. ZÁKON ZACHOVÁNÍ HYBNOSTI

Izolovaná soustava HB (těles) je soustava, na kterou nepůsobí žádné vnější síly, nebo v níž výslednice všech vnějších sil působících na soustavu je nulová.

Př.: Dvě tělesa na sebe působí akcí a reakcí, ale nic jiného → tvoří IS těles.

2 vozíky na kolejích:

Celková hybnost:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

- z 2.NPZ
- z 3.NPZ

zákon zachování hybnosti

Celková hybnost všech těles v izolované soustavě se vzájemným silovým působením nemění.

Zachovává se směr i velikost celkové hybnosti.

V izolované soustavě rovněž platí **zákon zachování hmotnosti**:

Celková hmotnost izolované soustavy těles je konstantní.

$$\vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} \quad \vec{F}_2 = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -\vec{F}_2 \\ \Delta \vec{p}_1 &= -\Delta \vec{p}_2 \\ \vec{p}_1 - \vec{p}_{01} &= -(\vec{p}_2 - \vec{p}_{02}) \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}_{01} - \vec{p}_{02} \end{aligned}$$

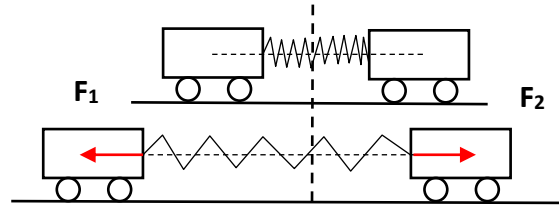
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \vec{p} = konst.$$

Př.: 2 vozíky spojené nití, mezi nimi pružina – přepálíme nit:

$m_1 < m_2$
 $v_1 > v_2$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -\vec{F}_2 \\ \vec{p}_1 &= -\vec{p}_2 \\ m_1 \vec{v}_1 &= -m_2 \vec{v}_2 \end{aligned}$$



Poměr velikostí rychlostí je opačný než poměr hmotností

3.7. SMYKOVÉ TŘENÍ, VALIVÝ ODPOR

Smykové tření

- je fyzikální jev, který vzniká při posouvání (smýkání) jednoho tělesa po povrchu jiného tělesa.
- jeho původ je v nerovnosti obou styčných ploch, kterými se tělesa vzájemně dotýkají.

třecí síla F_t

- vzniká při pohybu tělesa v látkovém prostředí nebo po povrchu jiných těles
- její působiště je na stykové ploše obou těles
- její směr míří vždy proti směru rychlosti tělesa.

$F > F_t$ těleso se pohybuje rovnoměrně zrychleně

- $F = F_t$ – těleso zůstává v klidu nebo pohybu rovnoměrně přímočarém
- $F < F_t$ – těleso se pohybuje rovnoměrně zpomaleně nebo je v klidu



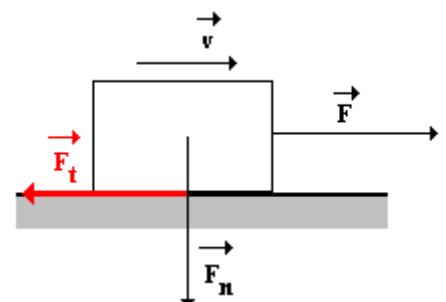
Vlastnosti třecí síly:

1. velikost třecí síly nezávisí na obsahu styčných ploch a na rychlosti (při $\downarrow v$)
2. její velikost je přímo úměrná velikosti kolmé tlakové (normálové) síly F_n ,

f – **součinitel smykového tření**

(závisí na jakosti styčných ploch (tu určuje materiál, z něhož jsou plochy vyrobeny (molitan, dřevo, smírkový papír, led, ocel, ...), a na jejich drsnosti – tu určuje způsob opracování ploch (jemný a hrubý smírkový papír, ohoblované a neohoblované dřevo, ...).

$$F_t = f \cdot F_n$$



Normálová síla F_n (síla kolmá k podložce) je v případě vodorovné podložky totožná se silou tíhovou. Pokud se bude nacházet těleso na nakloněné rovině, bude normálová síla složkou tíhové síly.

Síla potřebná k uvedení tělesa do pohybu je větší než síla, která těleso udržuje v rovnoměrném přímočarém pohybu.

Mezi tělesem a podložkou působí za **klidu** klidové tření.

f_0 **součinitel smykového tření v klidu** je za jinak stejných podmínek větší než f

$$f_0 > f$$

Užitečné tření: pohodlná chůze, hudební nástroje, brzdění pohybu, používání pilníků, brusek, řemenic, ...

Nežádoucí tření: brzdění pohybu, opotřebování pneumatik a obuvi, nežádoucí zahřívání částí strojů, ...

Valivý odpor

- vzniká vždy, když se těleso kruhového průřezu (válec, koule) valí po pevné podložce.
- příčinou je neexistence absolutně tuhého tělesa – stlačování a deformace podložky a valíciho se tělesa

Při valení tvrdého tělesa po nedokonale pružné podložce dochází působením normálové tlakové síly F_n k deformaci podložky.

Kdyby byla podložka dokonale pružná, byla by reakce podložky $-F_n$ a ležela by na stejné vektorové přímce jako normálová síla F_n .

Následkem deformace se ale působíště skutečné reakce F_{n1} posune o vzdálenost ξ kupředu.

Pro velikost síly F , kterou udržíme těleso v rovnoměrném přímočarém pohybu, pak platí $F = F_n \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

Pro malé úhly α je $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha$.

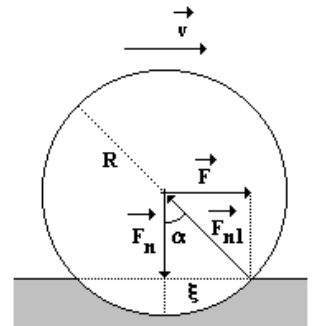
R – poloměr tělesa s kruhovým průřezem

ξ – rameno valivého odporu $[\xi] = m$

$$F = F_n \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\xi}{R}$$

$$F = \frac{\xi}{R} F_n$$



Za jinak stejných podmínek je odporová síla při valení mnohem menší než třecí síla při smykovém tření. Proto se v praxi často smýkání nahrazuje valením (např. tak, že se příslušné těleso podloží několika válečky nebo rourami).

3.8. STŘEDIVÁ SÍLA

Při rovnoměrném pohybu po kružnici je velikost rychlosti konstantní, ale mění se směr. V důsledku toho má HB dostředivé zrychlení:

- r – poloměr kružnice
- v – velikost rychlosti hmotného bodu
- ω – úhlová rychlost

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Podle 2.NPZ je příčinou zrychlení HB vždy nějaká síla, která má stejný směr jako zrychlení. – **síla dostředivá**.

- směr** dostředivé síly je kolmý ke směru okamžité rychlosti HB
- jejím **pohybovým účinkem** je změna směru rychlosti HB (zakřivení jeho trajektorie do tvaru kružnice)

$$\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d$$

$$F_d = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$$

Dostředivá síla může mít původ v libovolném vzájemném silovém působení dvou těles. Tato síla může být realizována:

- tahovou silou – kulička na provázku...
- gravitační silou - pohyb družic kolem Země, pohyb planet kolem Slunce, ...
- magnetickou silou - vychylování elektronů v obrazovce televizoru, ...

- Přestane-li dostředivá síla na těleso působit, pohybuje se těleso dále ve směru tečny ke kružnici. (Jiskry odlétající od brusného kotouče, hod kladivem, vrh koulí, ...)
- Působí-li na těleso, které koná rovnoměrný pohyb po kružnici, více sil, je dostředivá síla výslednicí všech těchto sil.

Vlastnosti – síla F je přímo úměrná v , m , f .

Př.: Na sedačku kolotoče působí tíhová síla a tahová síla lana. Výslednicí těchto dvou sil je síla dostředivá, která způsobuje pohyb sedačky po kružnici.

3.9. INERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVY (IVS)

jsou takové vztažné soustavy

- které se vzhledem k sobě pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem nebo jsou vzájemně v klidu
- platí v nich Newtonovy pohybové zákony
- izolovaná tělesa v nich zůstávají v klidu nebo rovnom. přímočarém pohybu

Vzhledem k malé velikosti dostředivého zrychlení, s nímž se pohybuje Země kolem Slunce, lze Zemi a soustavy s ní spojené považovat za inerciální.

Zobecněním úvah o IVS dospěli fyzikové v 17. století k obecně platnému závěru: mechanickému principu relativity

(též **Galileiho princip relativity**):

- **Zákony mechaniky jsou stejné ve všech IVS.**
- **Rovnice, které tyto zákony vyjadřují, mají stejný tvar.**
- **Všechny IVS jsou pro popis mechanických dějů rovnocenné.**

Př. Pustíme-li v rovnoměrně přímočaře jedoucím vlaku kuličku na podlahu, bude její **trajektorie jiná** z pohledu pozorovatele ve vlaku a pozorovatele na zemi. (úsečka – část paraboly).

Stejně tak naměří oba pozorovatelé (ten ve vlaku a na nádraží) **jinou rychlost** dopadu kuličky na podlahu vlaku.

Důležité ale je, že oba pozorovatelé naměří **stejně zrychlení** kuličky a to jak vzhledem k podlaze vagónu, tak vzhledem k povrchu Země. Na kuličku v obou soustavách působí stejná síla. (podle 2.NPZ)

3.10. NEINERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVY (NVS)

jsou soustavy pohybující se jinak než rovnoměrně přímočaře. (Neplatí v nich NPZ)

Pohybují se přímočaře rovnoměrně zrychleně (zpomaleně) nebo se otáčejí.

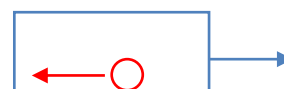
Nejjednodušší NVS je soustava s rovnoměrným zrychlením \mathbf{a} .

Př. Kulička ve vagónu.

- 1) pozorovatel na Zemi
- 2) pozorovatel ve vagónu

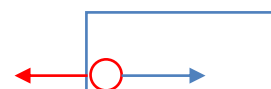
A) Vagón se pohybuje rovnoměrně přímočaře, kulička

- 1) se pohybuje rovnoměrně přímočaře spolu s vagónem
- 2) je v klidu.



B) Vagón se pohybuje rovnoměrně zrychleně, kulička

- 1) má stálou rychlost, zadní strana se blíží ke kuličce (nepůsobí na ni síla)
- 2) kulička se dala do zrychleného pohybu (působí na ni síla)



$$\vec{a}_{\text{kuličky}} = -\vec{a}_{\text{vagónu}}$$

- kulička narazí na zadní stěnu $\rightarrow \vec{F}_s = -\vec{F}$

$$\vec{F}_s = -m\vec{a}$$

- V NVS nezůstává izolované těleso v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu.
- Na těleso v NVS působí setrvačná síla \vec{F}_s , vznikající jako důsledek zrychleného pohybu soustavy.
- Setrvačné síly nemají svůj původ ve vzájemném silovém působení těles. (neexistuje reakce k této síle)
- Setrvačné síly patří mezi tzv. zdánlivé síly.

V NVS neplatí první a třetí NPZ. Druhý použít lze, ale musíme vzít v úvahu kromě sil vznikajících vzájemným silovým působením těles i síly setrvačné.

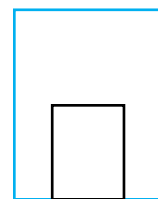
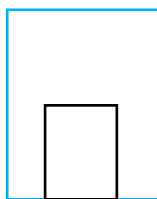
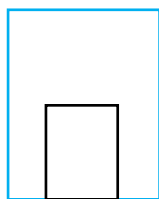
- Setrvačná síla existuje pouze v NVS. Pro pozorovatele v nich jsou stejně reálné jako síly vznikající vzájemným silovým působením těles a mohou se s těmito silami skládat.

Obdobně pro těleso, které se pohybuje rovnoměrně přímočarým pohybem ve směru svislém.

Př. Výtah, v něm těleso o hmotnosti m . Tíhová síla $F_G = m \cdot g$.

Na těleso ve výtahu působí síla F .

- 1) v klidu nebo rovnoměrně přímočarém pohybu $F = F_G$
- 2) při rozjíždění výtahu se zrychlením a $F = F_G + F_S$
 - směrem nahoru
 - F_G, F_S mají stejný směr
 - $F = F_G + F_S = m \cdot g + m \cdot a$
 - směrem dolů
 - F_G, F_S mají opačný směr
 - $F = F_G - F_S = m \cdot g - m \cdot a$
 - když $F_G = F_S \rightarrow$ volný pád, beztlžný stav, vzniká v každé NVS, která se pohybuje vzhledem k Zemi se zrychlením g .



3.11. OTÁČEJÍCÍ SE VS (JE NVS)

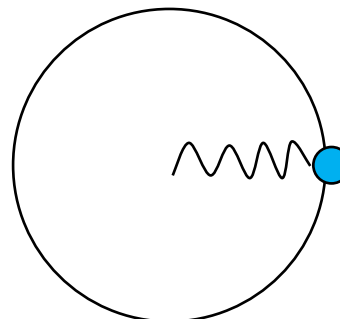
- rovnoměrným pohybem (se zrychlením dostředivým)
- nerovnoměrným pohybem
(k dostředivému zrychlení se přidá i zrychlení tečné)

Př.: Gramofonová deska otáčející se konstantní úhlovou rychlostí ω , na ní na pružině kulička.

Pozorovatel v IVS

na kuličku působí dostředivá síla

$$F_d = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$



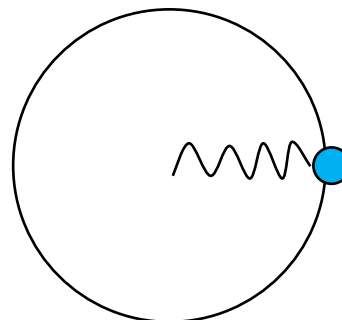
Pozorovatel v NVS

kulička je v klidu

výslednice je nulová

pružina je napnutá \rightarrow působí síla F_d ale taky F_s

$$\vec{F}_d = -\vec{F}_s$$



Přetrhne-li se pružina ($F_d = 0$), pohybuje se kulička

v IVS – ve směru tečny (v)

v NVS – ve směru síly setrvačné k okraji desky po přímce